

PAQUETE DIDÁCTICO INTERDISCIPLINARIO DE MATEMÁTICAS II

[Subtítulo del documento]



Coordinadora del seminario Mtra. Verónica Cisneros Castillos

Integrantes del seminario:

Mat. Antonio García Flores

Fis. Javier Fuentes Maya

Q.F.B. María del Carmen Hidalgo Ponce

Mat. Nora Judith Rodríguez Martínez

Bio. Eréndira Rosales Romero

julio 2019

Contenido

Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas.....	4
Marco teórico.....	6
Actividad de aprendizaje.....	13
Bibliografía	21
Unidad 2. Funciones cuadráticas y aplicaciones.....	24
Marco teórico.....	24
Actividades de aprendizaje.....	29
Bibliografía	35
Unidad 3. Elementos Básicos de Geometría Plana.....	37
Marco Teórico	39
Actividad de aprendizaje	52
Bibliografía	61
Unidad 4. Congruencia, Semejanza y Teorema de Pitágoras.....	63
Marco teórico.....	64
Actividad de aprendizaje	78
Bibliografía	81





Ecuación Cuadrática

1era Parte

Prof Antonio García Flores

Prof: Javier Fuentes Maya

Paquete didáctico interdisciplinario elaborado para alumnos que cursan la materia de Matemáticas II en el CCH plantel Sur.



El desarrollo de las ecuaciones y funciones cuadráticas, dentro de este paquete didáctico se sustenta en hechos históricos que inicialmente dieron origen y desarrollo a las ecuaciones y funciones cuadráticas desde: Babilonia (2000 a.c. -600 a.c.); Grecia (300 A.C); India (598-660 d.c.); Arabia (780-850 d.c.) e Italia (1564-1642).

Asimismo, un elemento fundamental en este paquete es la utilización del álgebra geométrica, es decir se utiliza la visualización con figuras geométricas para la solución de las ecuaciones algebraicas de segundo grado y el espacio cartesiano para la resolución de funciones de segundo grado .

Se reconoce que la visualización en la enseñanza de las matemáticas es útil (Arcavi, 1999), debido a la asociación visual de las ecuaciones algebraicas y figuras geométricas (Bettina Rösken and Katrin Rolka, 2006).

El paquete didáctico propuesto está ubicado dentro de los Programas de Estudio del Área de Matemáticas I a IV actualizados del Colegio de Ciencias y Humanidades, CCH, en el 2017.

El objeto de trabajo específico de esta propuesta didáctica corresponde a **la Unidad I. Ecuaciones cuadráticas y Unidad II. Funciones cuadráticas y aplicaciones de Matemáticas II**, correspondientes al segundo semestre del ciclo de enseñanza media superior del CCH.

Los antecedentes académicos previos, definidos en el programa de estudios referidos son: *el significado de los números y sus operaciones básicas; variación directamente proporcional y funciones lineales; ecuaciones de primer grado con una incógnita y sistemas de ecuaciones lineales (Programas de Estudio. Área de Matemáticas. Matemáticas I-IV, consultado el 10 de diciembre del 2016 en.*

<https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/programas2016/MATEMATICAS-I-IV.pdf>)

Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas

Propósitos:

Al finalizar, el alumno: Resolverá ecuaciones cuadráticas mediante diversos métodos de solución. Modelará problemas que conduzcan a este tipo de ecuaciones. Establecerá la relación que existe entre el grado de la ecuación y el número de soluciones.

Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.

Los objetivos del Paquete contribuyen a los propósitos del curso de Matemáticas II propuestos en el Programa Actualizado de Matemáticas II:

- *Adquirir la capacidad para resolver ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos y los aplica en la resolución de problemas.*
- *Avanzar en la comprensión del concepto de función, distingue las diferencias y similitudes entre las funciones lineales y cuadráticas. Modela con estas últimas algunas situaciones de variación cuadrática y de optimización.*
- *Incrementar su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.*
- *Percibir que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclídiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.*
- *Identificar relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establece conjeturas o infiere algunas conexiones entre resultados.*
- *Valorar la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico.*
- *Aplicar conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclídiana para resolver problemas.*
- *Hace uso de software para un mejor entendimiento de los temas.*



	<p>(Programas de Estudio. Área de Matemáticas. Matemáticas I-IV, consultado el 10 de diciembre del 2016 en.</p> <p>https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/programas2016/MATEMATICAS-I-IV.pdf</p> <p>El paquete didáctico propuesto adiciona dos propósitos específicos para las ecuaciones y funciones cuadráticas, a saber:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer la historia de las matemáticas como un elemento pedagógico para comprender mejor los conceptos de ecuaciones y funciones cuadráticas que se desarrollaron para ciertos tipos de problemas en esas distintas épocas. • Comprender alguna relación de las funciones cuadrática con fenómenos físicos, como, por ejemplo: la distancia recorrida por un cuerpo en caída libre y/o en tiro vertical. <p>Presentación de los contenidos y sus respectivos materiales de apoyo.</p> <p>GENÉISIS HISTÓRICA DE LAS NOCIONES CUADRÁTICAS</p> <p>El concepto de ecuación a través de las culturas:</p> <p>Babilonia</p> <p>Grecia</p> <p>Árabe</p> <p>Desarrollo de la conceptualización de “lo cuadrático” en la cultura Griega y el siglo XVII</p> <p>Construcción del concepto de función cuadrática por Galileo Galilei</p> <p>Cinemática (Caída libre de los cuerpos y Tiro parabólico)</p> <p>Actividades de aprendizaje</p> <p>Las actividades de aprendizaje consistirán en prácticas que vinculan los conceptos de la ecuación y función cuadrática con su construcción conceptual histórica de tal manera que al desarrollarse las definiciones y conceptualizaciones de los temas tengan un sustento en su fundamentación histórica.</p>
--	---



Marco teórico

Ecuaciones y Funciones Cuadráticas

En Babilonia la resolución de ecuaciones cuadráticas no ofrecía grandes problemas debido a que se contaba ya tablas hasta del 59 x 59, de división, de cuadrados, cubos y raíces cuadradas, entre otras herramientas, que les proporcionaban muchas habilidades algébricas para resolver problemas de áreas, volúmenes, entre otros. (Boyer, 1986, pp- 55)

El desarrollo de la conceptualización de “lo cuadrático” en la cultura griega está fundamentado en los *Elementos de Euclides* (300 a.c.), donde las figuras geométricas juegan un papel fundamental para la resolución de los problemas.

El Astrónomo y matemático indio *Brahmagupta* (598-660), la parte más importante es la aplicación de métodos algebraicos a los problemas astronómicos y una de sus grandes aportaciones es la invención del cero.

Aunque las ideas del álgebra geométrica estaban claramente presentes en Asia, Mesopotamia, y Egipto siglos antes, a los matemáticos griegos clásicos suelen ser acreditados su desarrollo. Cuando resolvemos geoméricamente una ecuación cuadrática, Estamos haciendo álgebra geométrica.

En el mundo del álgebra geométrica, las cantidades simples, ya sean números fijos o incógnitas, son representado por objetos físicos, casi siempre un segmento de línea cuya longitud a la cual se asocian esos números fijos o incógnitas. Suele representarse por unidades la cantidad. Un producto de dos de las cantidades se interpreta como el área de un rectángulo, y un producto de tres cantidades se interpreta como el volumen de un prisma rectangular recto. Esta interpretación es el origen de nuestro uso de la palabra cuadrado y cubo para segundas y terceras potencias.

Porque las longitudes, áreas y volúmenes son positivos. Las cantidades, álgebra geométrica representan números positivos y valores positivos de incógnitas. Esta es la razón por la cual la solución general de la ecuación de segundo grado representa limitaciones para soluciones negativas.

La figura 1 es un ejemplo de algebra geométrica, ilustrando la identidad. (*Ejemplos tomados de R. Allaire Patricia and Robert E. Bradley, 2001*)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



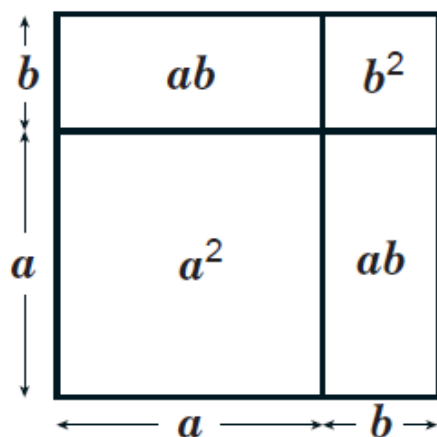


Figura 1

Para a y b positivos, observe que la es muy sencillo visualizar la identidad de los componentes desarrollados.

Una generalización de esta figura puede ser utilizada para la multiplicación de dos binomios, por ejemplo, ver Figura 2:

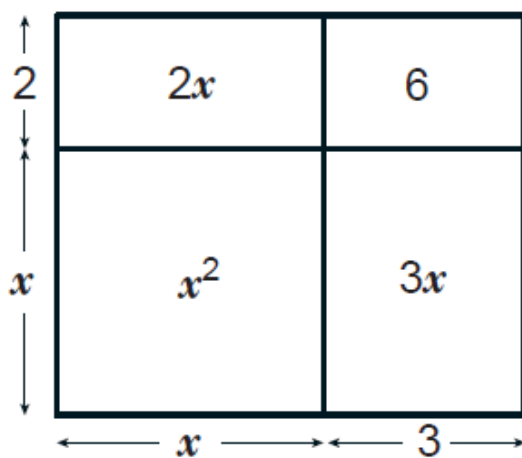


Figura 2

$$(x + 3)(x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

El hecho de que el álgebra geométrica utilice solamente cantidades positivas tiene implicaciones para la solución general de la ecuación de segundo grado. Sin embargo, este puede ser un motivo de discusión y de mayor profundización de los conceptos sobre la solución de las ecuaciones de segundo grado.



Aun así, se podrían resolver algunos problemas haciendo algunas operaciones algebraicas, por ejemplo:

Si se quiere resolver la ecuación $x^2 + 5x - 36 = 0$, con la utilización de elementos geométricos, se puede observar que -36 representaría un área negativa, la cual no existe. Sin embargo, la anterior ecuación se puede transformar como $x^2 + 5x = 36$, de ahí que 36 representa el área de un rectángulo o cuadrado. Esto se puede representar geométricamente como:

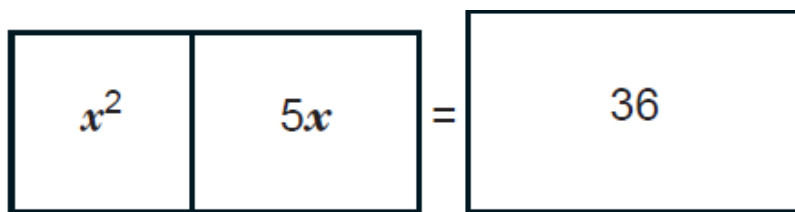


Figura 3

En términos general, la ecuación cuadrática general

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

Se puede representar en la siguiente forma:

$$X^2 + B'X + C' = 0$$

Donde los coeficientes resultantes $B' = B/A$ y $C' = C/A$. Como se quiere utilizar el álgebra geométrica para una mejor comprensión de la solución de la ecuación de segundo grado, entonces debemos aclarar que los coeficientes y raíces deben ser positivos. Esta restricción nos conduce a especificar que únicamente se pueden resolver los siguientes casos:

- (1) $x^2 = bx$
- (2) $x^2 = c$
- (3) $x^2 = bx + c$
- (4) $x^2 + c = bx$
- (5) $x^2 + bx = c$

Solución de las cinco formas de la ecuación cuadrática

- (1) $x^2 = bx$

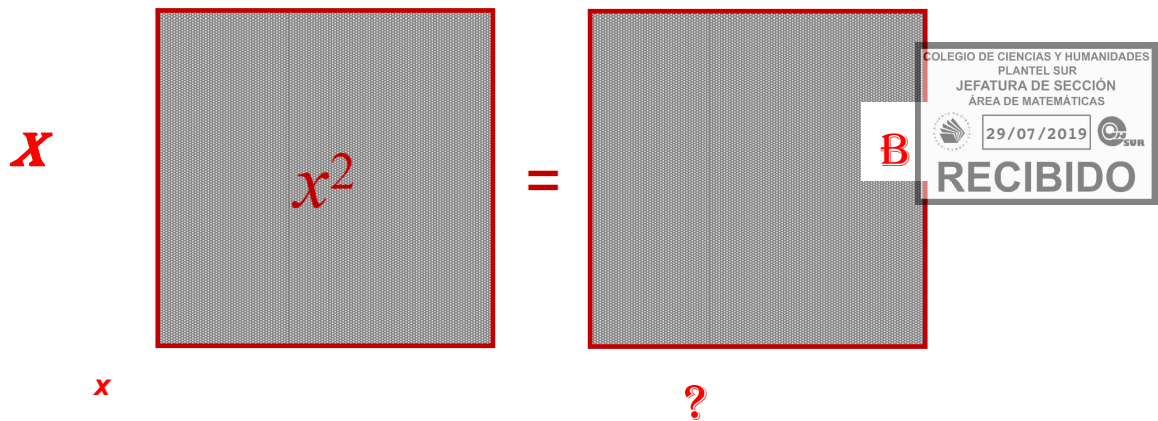


Figura 4

Debido a que cero no es una solución aceptable en álgebra geométrica, entonces $x = b$ y es la solución en este problema. El elemento visual es muy importante en este caso.

(2) $x^2 = c$

Siguiendo la lógica de que x^2 representa un área, entonces c debe representar un área de lado \sqrt{c} (note que $\sqrt{c} * \sqrt{c} = c$). Por lo tanto, es necesario construir \sqrt{c} .

En el libro de *The Element's Euclides* (Allaire R. Patricia y Bradley E. Robert, 2001, pág. 309) escrito alrededor de 300 A.C., Euclides expresaba virtualmente todo su razonamiento matemático en una forma geométrica. El razonamiento para construir \sqrt{c} está fundamentado en el libro de Euclides, *The Elements* (II, 14).

Construcción de \sqrt{c} .

Pasos :

- 1) Construya un segmento AB con $AB = c$
- 2) Extienda Ab a través de B a C, de tal manera que $BC = 1$
- 3) Bisecte Ac en M
- 4) Con centro en M y radio AM construya un semicírculo
- 5) Trace una perpendicular a AC en B. Etiquete con E el punto en cual la perpendicular intersecta el semicírculo. Entonces $BE = \sqrt{c} = x^2$. Ver Figura 5 y Figura 6

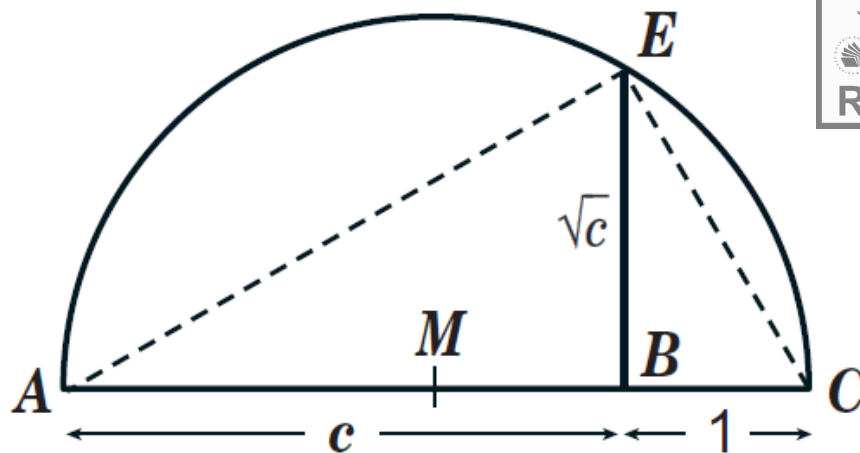


Figura 5

O lo que es equivalente a

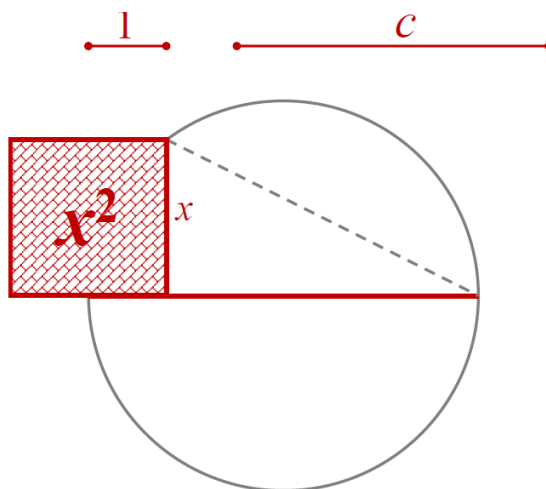


Figura 6

Aún cuando Euclides no utilizó el método de prueba, en la actualidad algunos autores lo han hecho (Allaire, and Bradley, 2001, pp. 310). En este trabajo se utiliza dicha demostración para este caso.

- El ángulo EBC y el ángulo EBA, de la figura 6, son ángulos rectos por construcción.
- El ángulo CEA es un ángulo recto porque está inscrito en un círculo.
- El ángulo C y el ángulo BEA son complementarios al ángulo CEB, así que son congruentes los triángulos.
- Es decir, los triángulos son similares y se cumple que:

$$\frac{BC}{BE} = \frac{BE}{BA}$$

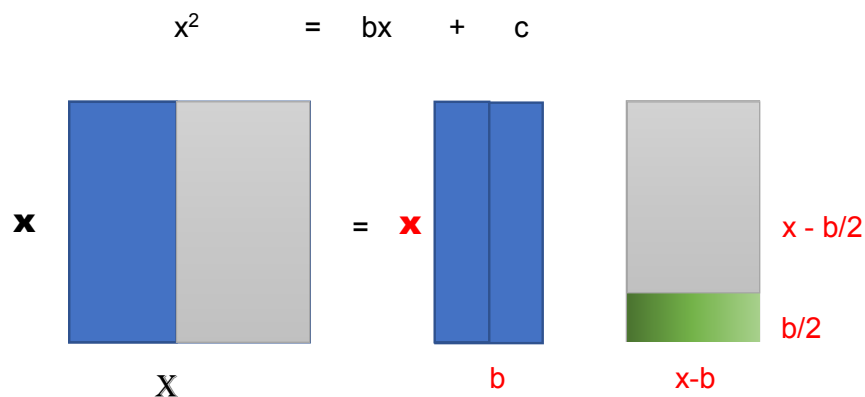
Por lo tanto

$$\frac{1}{BE} = \frac{BE}{c}$$

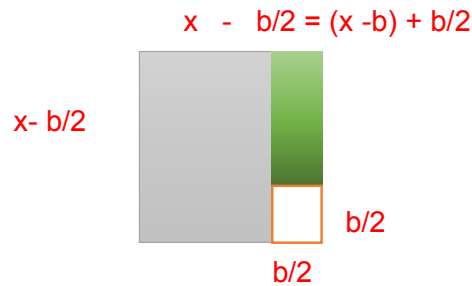
De donde obtenemos, que : $BE^2 = c$, de ahí que $BE = \sqrt{c}$ y el cuadrado asociado a este lado será $\sqrt{c} * \sqrt{c} = c = x^2$

(3) $x^2 = bx + c$

La expresión cuadrática representa en términos geométricos, la igualdad de dos áreas, el área de un cuadrado de lado x que debe ser igual a la suma del área de un rectángulo de área bx y un cuadrado de lado \sqrt{c} , en términos geométricos tenemos, Figura 7:



x^2 puede ser separada en dos áreas, bx -un rectángulo- y otro rectángulo de lado $x - b/2$ y ancho $x - b$ más el área del rectángulo de lado $b/2$ y ancho $x - b$. La suma de estas áreas sería el área de c . Haciendo un giro del rectángulo -verde- de área $b/2 * x - b$, nos queda el siguiente área de un cuadro



Por lo tanto:

$$(x - b/2)^2 = c + (b/2)^2$$

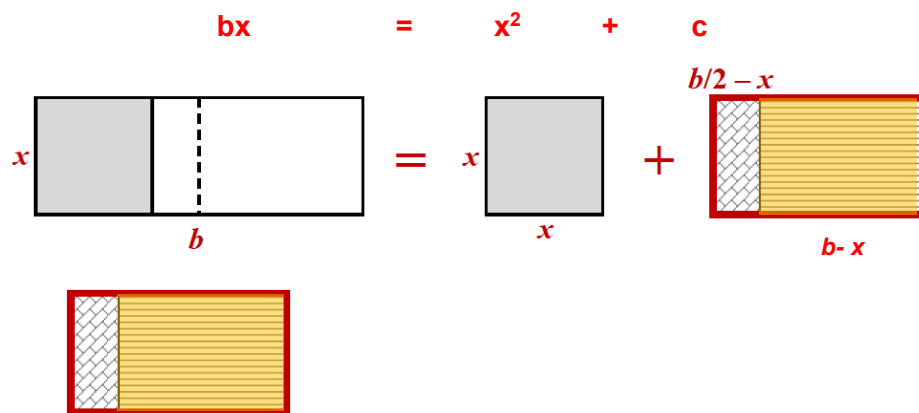
Y haciendo ahora algo de álgebra, tenemos que:

$$x^2 - 2(b/2)x + (b/2)^2 = c + (b/2)^2 \text{ y}$$

$$x^2 - bx + (b/2)^2 = c + (b/2)^2 \text{ y}$$

$$x^2 = bx + c$$


(4) $x^2 + c = bx$ o equivalente a:



(5) $x^2 + bx = c$

Tema: Ecuaciones Cuadráticas	Unidad I	Matemáticas II
Actividad de aprendizaje		
<p>El alumno resuelve ecuaciones cuadráticas mediante los diferentes métodos de solución.</p> <p>Transformando la ecuación cuadrática a la forma adecuada para su resolución por un método específico.</p>		
<p>Objetivo específico: El alumno comprenderá el contexto histórico acerca del conocimiento que tenían los pueblos Babilonios en el problema de resolver una ecuación de segundo grado por el método de completar cuadrados.</p>		
Inicio		
Introducción.		
<p>Para los babilonios la resolución de la ecuación cuadrática no ofrecía grandes dificultades ya que poseían una gran habilidad para las operaciones algebraicas gracias al uso de tablas de multiplicación hasta 59 x 59, de división, de cuadrados, cubos y raíces cuadradas, entre otras. Gracias a ello podían transponer términos, eliminar factores, completar cuadrados, etc. (Boyer, 1986. pp. 55)</p>		
<p>En la tabla BM 13901 se encuentran 21 problemas que dan origen a ecuaciones de 2do grado y a sistemas de ecuaciones, donde una de ellas es de 2do grado. En cada problema figura el enunciado y cómo se debe proceder para su solución.</p>		
<p>Lee con atención el siguiente problema escrito por los babilonios.</p>		
<p>He sumado el cuadrado y mi lado obteniendo $\frac{3}{4}$.</p>		
<p>Pondrás 1, la unidad. Fraccionarás la mitad de 1 $(\frac{1}{2})$</p>		
<p>Multiplicarás $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ $(\frac{1}{4})$</p>		
<p>Agregarás $\frac{1}{4}$ a $\frac{3}{4}$ (1)</p>		
<p>1 es su raíz cuadrada.</p>		
<p>Restarás el $\frac{1}{2}$ que has multiplicado de 1..... $(\frac{1}{2})$</p>		
<p>$\frac{1}{2}$ es el lado del cuadrado. (Sessa, 2005. Pp. 21-25).</p>		
<p>Traduciremos el anterior problema al lenguaje del álgebra actual.</p>		



<p>El primer enunciado se traduce como la suma de un cuadrado y el lado del cuadrado es igual a $\frac{3}{4}$</p> <p>Algebraicamente</p> <p>Esto es, si consideramos un cuadrado de lado “x” tendríamos</p> $x^2 + x = \frac{3}{4}$ <p>Pondrás 1, la unidad: 1 (coeficiente de la variable x)</p> <p>Fraccionarás la mitad de 1: $\frac{1}{2}$ (la mitad del coeficiente de la variable x)</p> <p>Multiplicarás $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ (el cuadrado de la mitad del coeficiente de la variable x)</p> <p>Agregarás $\frac{1}{4}$ a $\frac{3}{4}$: $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ (sumar a ambos lados de la ecuación $\frac{1}{4}$)</p> $x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 1$ <p>1 es (su) raíz cuadrada $1 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$</p> <p>(el lado izquierdo de la igualdad es un trinomio cuadrado perfecto el cual factorizando se expresa como</p> $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \text{ de donde}$ $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \quad \text{o bien} \quad x + \frac{1}{2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$	
---	---

Restarás el $\frac{1}{2}$ que has multiplicado de 1 (restamos a ambos lados de la ecuación $\frac{1}{2}$)

$$x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$$

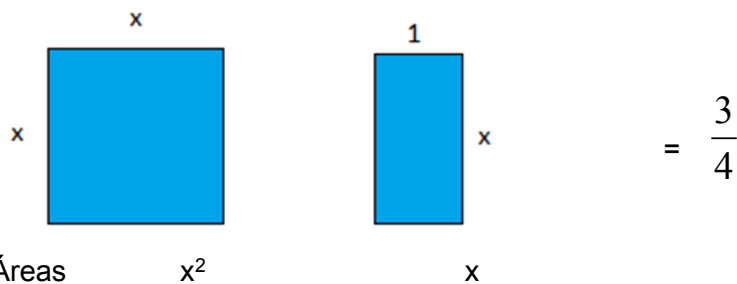
$$x = 1 - \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ es el lado del cuadrado

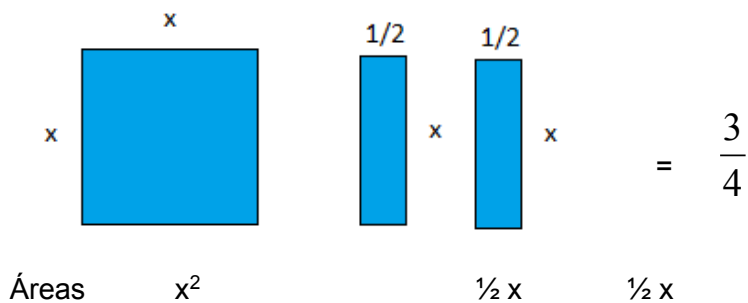
$$x = \frac{1}{2}$$

Geométricamente el problema se representa:

He sumado el cuadrado y mi lado obteniendo $\frac{3}{4}$



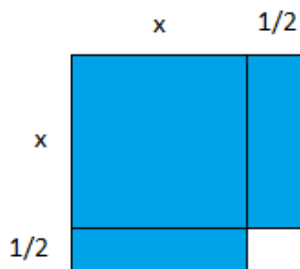
Pondrás 1, la unidad. Fraccionarás la mitad de 1 (obtenemos del rectángulo de área x dos rectángulos de dimensiones $\frac{1}{2}$ por x)



Multiplicarás $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

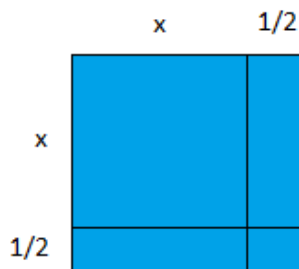
Se acomodan los dos rectángulos y el cuadrado de tal manera que obtenga un cuadrado de lado

$$x + \frac{1}{2}$$

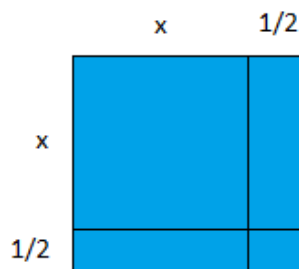


$$= \frac{3}{4}$$

Para lograrlo colocamos un cuadrado de área $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$



$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$



$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

De donde el lado del cuadrado es 1. Por lo tanto, al ser el lado $x + \frac{1}{2}$, obtenemos que $x = \frac{1}{2}$



Ejemplo. Hallar las soluciones de la ecuación $x^2 + 10x - 39 = 0$ empleando el método algebraico, debemos de tomar en cuenta que la ecuación es una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$

Transponemos el término independiente al lado izquierdo de la igualdad.

$$x^2 + 10x = 39 \quad (\text{He sumado el cuadrado y diez veces mi lado obteniendo 39})$$

Fraccionamos a la mitad el coeficiente de la variable x.

$$\text{Esto es, } b/2 = 10/2 = 5$$

Elevamos al cuadrado la mitad del coeficiente de la variable x

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = (5)^2 = 25$$

Sumamos a ambos lados de la ecuación el cuadrado de la mitad del coeficiente de x.

$$x^2 + 10x + 25 = 39 + 25$$

$$x^2 + 10x + 25 = 64$$

Obtenemos un trinomio cuadrado perfecto en el miembro izquierdo de la ecuación.

Factorizamos dicho trinomio y se obtiene.

$$(x + 5)^2 = 64$$

Sacamos raíz cuadrada de ambos miembros y se tiene

$$x + 5 = \pm\sqrt{64}$$

Despejamos x de la ecuación anterior

$$x = -5 \pm \sqrt{64}$$

Desarrollando las operaciones se tiene

$$x = -5 \pm 8$$

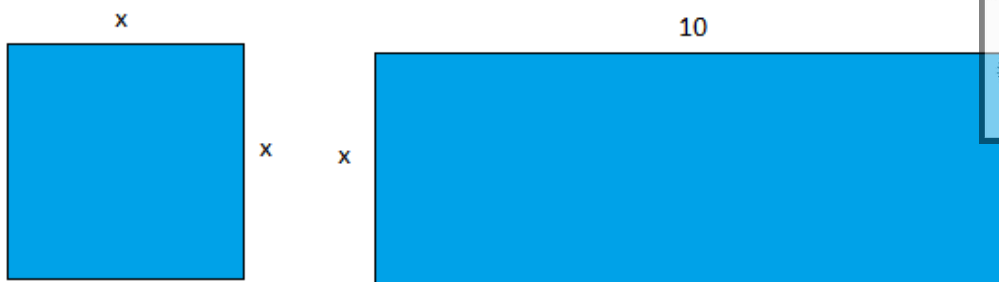
Por lo tanto, las soluciones son

$$x_1 = -5 + 8 = 3 \qquad x_2 = -5 - 8 = -13$$

Ahora encontremos la solución de la ecuación anterior con el método geométrico.

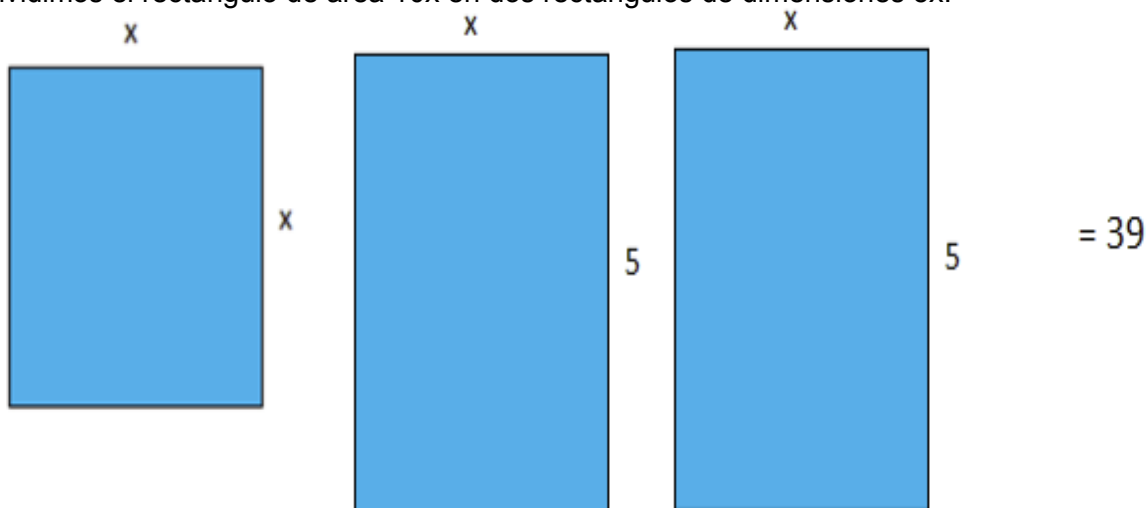
Tracemos un cuadrado de área x^2 y un rectángulo de área $10x$ cuya suma de áreas sea igual a 39 unidades cuadradas.



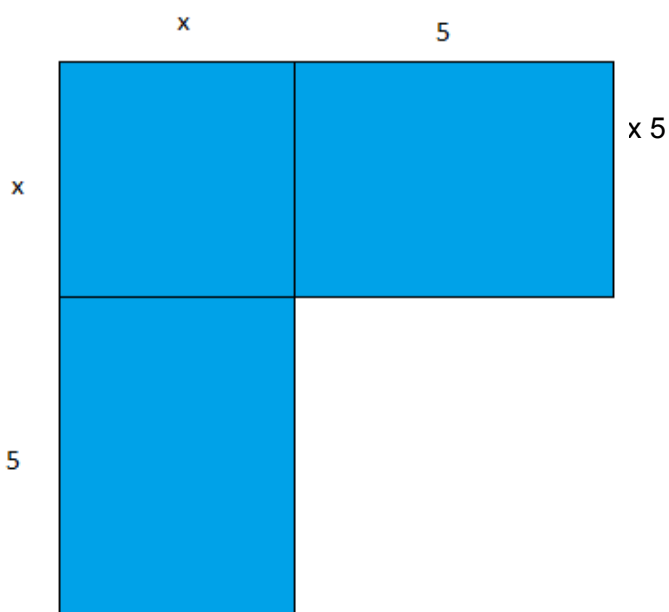


$$= 39$$

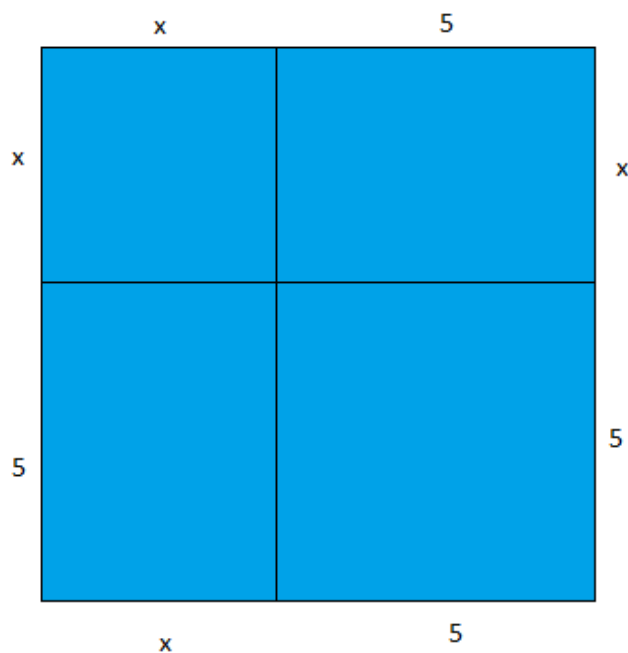
Dividimos el rectángulo de área $10x$ en dos rectángulos de dimensiones $5x$.



Se acomodan los dos rectángulos y el cuadrado de tal manera que obtenga un cuadrado de lado $x + 5$.



Para lograrlo colocamos un cuadrado de área 5×5 .



$$= 39 + 25$$

Por lo tanto, el área del cuadrado de lado $x + 5$ es igual a 64

Esto es, $(x + 5)^2 = 64$ de donde la longitud del lado del cuadrado es $x + 5 = \sqrt{64}$

Despejando x se obtiene $x = \sqrt{64} - 5$

$$x = 8 - 5$$



El valor de x es 3 unidades. Hacemos notar que tomamos solo la raíz positiva de 64 porque x representa una longitud.

Desarrollo

Resuelve en parejas las siguientes ecuaciones cuadráticas empleando tanto el método algebraico llamado completar cuadrado y el método geométrico.

a) $x^2 + 6x - 7 = 0$

b) $x^2 + 2x - 15 = 0$

c) $x^2 + 2x - 3 = 0$

d) $x^2 + 4x - 21 = 0$

e) $x^2 + 88x - 33 = 0$

f) $x^2 + 4x - 45 = 0$

Cierre

En parejas exponer en plenaria los ejercicios planteados.

Construcción del concepto de función cuadrática por Galileo Galilei

Cinemática (Caída libre de los cuerpos y Tiro parabólico)

Sugerencias de evaluación o autoevaluación

Se propone una evaluación continua en donde el alumno desarrolle las actividades de aprendizaje que fundamenten el concepto y aplicaciones de los temas, de tal manera que les permitan alcanzar los propósitos de cada unidad. Profesor, le sugerimos contemplar este materia como un complemento de las actividades que usted ya posee.

Bibliografía



- A., A. (199). The Role of visual Representations. *The Leaning of Mathematics*. Recuperado el 12 de diciembre de 2018, de [https://pdfs.semanticscholar.org/e6a3 \(A., 199\)/fc53cbab17d0339f3132ee9705e88ea14d1c.pdf](https://pdfs.semanticscholar.org/e6a3(A.,199)/fc53cbab17d0339f3132ee9705e88ea14d1c.pdf)
- Allaire R, P., & Bradley, R. (15 de diciembre de 2018). Geometric Approaches to Quadratic Equations from Other Time and Places. . *Mathematics Teacher. The National Council of Teachers of Mathematics*. Obtenido de https://www.springssoft.com/downloads/Reading_Journals/LanguageAndMath/More/geometric_quad_eq.pdf
- C., B. (1986). *Historia de la matemáticas*. Madrid: Alianza.
- Dalcín, M., & Olave, M. (s.f.). *Ecuaciones de segundo grado: su historia*. Uruguay : Campo de investigación: formación de profesores .
- M. Mesa, Y., & A.Villa, J. (s.f.). *Reflexión histórica, epistemológica y didáctica del concepto de función cuadrática* . Medellín : Universidad de Antioquia .
- Rösken, B., & Rolka, K. (1991). A picture is worth a 1000 words the role of visualization in Mathematics Learning. *proceedings 30ª conference of the Internacional the psychology of Grupo for the psicology of Mathematic Educacu-i*, (págs. 457- 464 pp). Recuperado el Febrero de 2019
- Vilchez Quesada, E., & Ulate Solís, G. (Mayo-agosto de 2006). Funciones cuadráticas, una experiencia de desarrollo, implementación y evaluación. *Revista electrónica: Actualidades Investigativas en Educación*, 6 (2). Obtenido de Revista electrónica: Actualidades Investigativas en Educación.



Función Cuadrática

2da Parte

Prof Antonio García Flores

Prof: Javier Fuentes Maya

Paquete didáctico interdisciplinario elaborado para alumnos que cursan la materia de Matemáticas II en el CCH plantel Sur.

Elementos pedagógicos del paquete didáctico propuesto:

El desarrollo de las ecuaciones y funciones cuadráticas, dentro de este paquete didáctico, se sustenta en hechos históricos que inicialmente dieron origen y desarrollo a las ecuaciones y funciones cuadráticas desde: Babilonia (2000 a.c. - 600 a.c.); Grecia (300 A.C); India (598-660 d.c.); Arabia (780-850 d.c.) e Italia (1564-1642).

Asimismo, un elemento fundamental en este paquete es la utilización del álgebra geométrica, es decir se utiliza la visualización con figuras geométricas para la solución de las ecuaciones algebraicas de segundo grado y el espacio cartesiano para la resolución de funciones de segundo grado .

Se reconoce que la visualización en la enseñanza de las matemáticas es útil (Arcavi, 1999), debido a la asociación visual de las ecuaciones algebraicas y figuras geométricas (Bettina Rösken and Katrin Rolka, 2006).

El paquete didáctico propuesto está ubicado dentro de los Programas de Estudio del Área de Matemáticas I a IV actualizados del Colegio de Ciencias y Humanidades, CCH, en el 2017.

El objeto de trabajo específico de esta propuesta didáctica corresponde a la Unidad I (ecuaciones cuadráticas) y Unidad II (funciones cuadráticas y aplicaciones) de Matemáticas II, correspondientes al segundo semestre del ciclo de enseñanza media superior del CCH.

Los antecedentes académicos previos, definidos en el programa de estudios referidos son: *el significado de los números y sus operaciones básicas; variación directamente proporcional y funciones lineales; ecuaciones de primer grado con una incógnita y sistemas de ecuaciones lineales* (Programas de Estudio. Área de Matemáticas. Matemáticas I-IV, consultado el 10 de diciembre del 2016 en. <https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/programas2016/MATEMATICAS-I-IV.pdf>)



	<div data-bbox="266 300 979 342" data-label="Section-Header"> <h2>Unidad 2. Funciones cuadráticas y aplicaciones</h2> </div> <div data-bbox="266 394 428 428" data-label="Section-Header"> <h3>Propósitos:</h3> </div> <div data-bbox="266 495 1334 1234" data-label="Text"> <p>Al finalizar, el alumno:</p> <p>Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.</p> <p>El paquete didáctico propuesto adiciona dos propósitos específicos para las ecuaciones y funciones cuadráticas, a saber:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer la historia de las matemáticas como un elemento pedagógico para comprender mejor los conceptos de ecuaciones y funciones cuadráticas que se desarrollaron para ciertos tipos de problemas en esas distintas épocas. • Comprender alguna relación de las funciones cuadrática con fenómenos físicos, como, por ejemplo: la distancia recorrida por un cuerpo en caída libre y/o en tiro vertical. </div> <div data-bbox="266 1352 443 1386" data-label="Section-Header"> <h3>Marco teórico</h3> </div> <div data-bbox="266 1421 1334 1822" data-label="Text"> <p>El concepto de función cuadrática y su relación con la física presenta puntos importantes que se deben de desarrollar para la comprensión adecuada del alumno.</p> <p>En general, los libros de texto de matemáticas y de física hacen uso de las explicaciones sobre el concepto de función, función cuadrática y ejemplos en la física. En los libros de Física no se abordan los conceptos de función, ni de función cuadrática y se analizan las situaciones reales o naturales donde se derivan las expresiones matemáticas que modelan esa situación. Pero no explican que las</p> </div>
--	--



	<p>fórmulas son funciones y que existen lineales, cuadráticas, trigonométricas, polinómicas, entre otras.</p> <p>En este trabajo se considera que el espacio histórico es una herramienta pedagógica necesaria para que el alumno aprenda a aprender. Por lo que, en este trabajo, se inicia con algo de historia sobre el concepto de función y curiosamente, en el siglo XVII, con el nacimiento del método científico y su desarrollo con la Mecánica, Galileo, primero y posteriormente Descartes, Fermat, Newton y Leibnitz. Época en que también se desarrolla en análisis matemático y que sentó las bases para el desarrollo conjunto de estos tres conceptos, función, función cuadrática y su relación con la Física, en particular con el movimiento uniformemente acelerado, la fuerza de un resorte y el concepto de energía cinética.</p> <p>Algo de historia</p> <p>El concepto de función, que, en su versión más sencilla de entender, corresponde al concepto de dependencia entre dos variables. No surge durante el mundo antiguo (año 3000 a.c. siglo XII d.c.), aún cuando han aparecido tablas donde muestran los distintos valores asignados a una “variable”. El concepto de variabilidad o cambio era usual, existía la noche, el día, las estaciones, lo que no había era como expresarlo. Un problema que se dio en esa época fue la escritura. En el trabajo anterior, describimos algunos casos de tablas Babilónicas. En el siglo X, se utilizaban las seis funciones trigonométricas, así como diferentes relaciones entre ellas y su expresión tabulada, pero seguían siendo expresiones geométricas, asociados a un círculo trigonométrico de radio fijo.</p> <p>Es en la edad media (siglo XII-Siglo XV), cuando aparecen las primeras expresiones explícitas, de forma geométrica o mecánica, entre la dependencia entre dos variables mediante una descripción verbal o gráfica. Una de las preocupaciones de esa época era el cambio, en particular el movimiento, y la necesidad de cuantificar.</p> <p>Para ese tiempo, las Universidades de Francia e Inglaterra dieron especial importancia al estudio de la mecánica y otros aspectos de la Física. Los objetos de estudio eran las obras de Aristóteles. En ese tiempo surgen conceptos como los de</p>
--	--

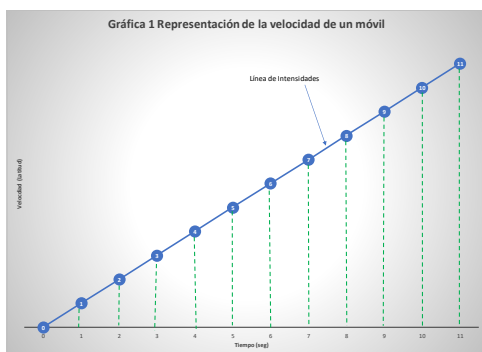


cantidad variable, entendida como un grado de cualidad, *velocidad instantánea o puntual* y *aceleración*, todos ligados al concepto de función.

Sin lugar a dudas, puede afirmarse que muy pocos aspectos o ramas de las matemáticas pueden asignarse al trabajo de un único individuo. La Geometría Analítica “de Descartes y Fermat” no fue la excepción a esto, es decir, no fue un producto exclusivo de sus investigaciones, sino más bien, la síntesis de varias tendencias matemáticas que convergieron hasta los siglos XVI y XVII. Mencionaremos algunos de ellos, y su relación con la física, durante esta época de la edad media.

- Nicolás de Oresme (hacia 1325 - Lisieux, 1382) Matemático y astrónomo francés. Estudió Teología en París, donde sabemos que se encontraba en 1348. En 1356 era "magister" en el Colegio de Navarra (París) y a continuación obtuvo el grado de "magister theologiae". Canónigo en Ruán y en París, fue obispo de Lisieux a partir de 1377. Este “magister” obtuvo la representación geométrica y su variabilidad, su objetivo era analizar la relación entre magnitudes variables.

En su teoría sobre latitudes de las formas que se fundamenta en el uso de los segmentos rectilíneos para representar todo lo que varía y mostrar los diferentes tipos de cambio, con este tipo de representaciones (Gráfica 1)



Oresme pretendió hacer más entendible la naturaleza de los cambios, ya sean cuantitativos o cualitativos, de forma que sea posible dar una representación gráfica de todos ellos, este tipo de gráfico no se puede considerar como expresión de una dependencia en el sentido actual.

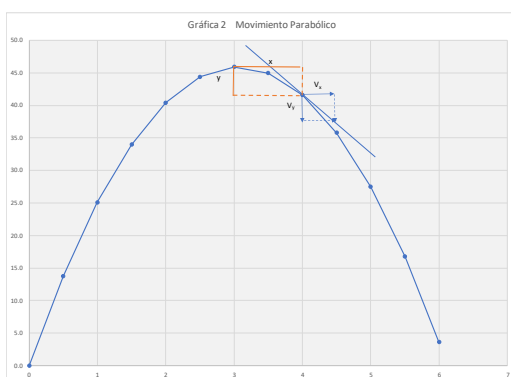
- Galileo Galilei (1564-1642) fue un astrónomo, físico, matemático y profesor italiano que realizó observaciones pioneras que supusieron la base de la astronomía y física moderna. Sus descubrimientos fueron muy importantes, el telescopio, el termoscopio, el compás militar, entre otros, pero aún más importantes fue el método



	<p>para abordar el estudio de la naturaleza, con el uso de la matemática como herramienta fundamental. Insistió en que la naturaleza tenía que describirse en el lenguaje de las matemáticas, lo que provocó es el paso de una descripción verbal a una cuantitativa. Él tuvo un papel fundamental en el desarrollo de la Revolución Científica y del método científico. Las ideas aristotélicas que habían dominado hasta ese momento se quedaban para ser anecdóticas. La separación del pensamiento religioso y científico fue otra de las consecuencias de este científico. A Galileo Galilei se le considera como el padre de la ciencia moderna.</p> <p>Asimismo, el formula la ley de los cuerpos que caen, la inercia y las trayectorias parabólicas supusieron el inicio de un nuevo camino en el estudio del movimiento y sienta las bases para una nueva ciencia, la Mecánica. Dentro de estos estudios, investigo el movimiento de un cuerpo pesado lanzado con cierta velocidad y formando un cierto ángulo con la horizontal. Para resolver este problema, Galileo llegó a la conclusión que el movimiento parabólico que se observa, es un combinación de un movimiento rectilíneo uniforme en el eje horizontal y de un movimiento uniformemente acelerado en el eje vertical. La combinación de estos dos movimientos, en ausencia de la fricción del aire, resultaba la trayectoria parabólica del cuerpo. Asimismo, encontró que la distancia recorrida por un cuerpo, en caída libre sin resistencia del aire, era directamente proporcional al tiempo que tardaba dicho cuerpo en caer (otra función cuadrática).</p> <p>El desarrollo de las ideas de Galileo Galilei abrió una nueva perspectiva en la investigación de las curvas.</p>
--	--



- **Evangelista Torricelli** (1608-1647), fue un **físico y matemático** italiano que realizó grandes contribuciones en los campos de las matemáticas puras, el cálculo integral y el movimiento de proyectiles y fluidos. Evangelista Torricelli pensaba que las matemáticas eran el lenguaje que le permitía al hombre



entender a la naturaleza. Él fue alumno de

Galileo Galilei. Torricelli descompuso el movimiento parabólico en un movimiento horizontal y otro vertical (Gráfica 2), entonces la tangente tiene la dirección de la diagonal del paralelogramo cuyos lados son las componentes horizontales y verticales de la velocidad, concluyendo

que la recta tangente a una curva en un punto (x,y) interseca al eje de la parábola en un punto que está situado en un segmento $2y$ unidades por encima del punto o en un segmento y unidades encima del vértice de la parábola. Esta misma idea se utilizó afines (Sánchez C., 2007, pág 23)

El análisis de las variaciones y el cambio en la edad media se derivó de la necesidad del estudio sobre la naturaleza y se avanzó con la representación geométrica, utilizando la continuidad de los segmentos para representar lo que varía. Y, a pesar, de aparecer explícitamente la dependencia entre dos cantidades variables mediante una descripción verbal o gráfica. El punto de “empuje”, sin duda, fue el movimiento para comprender con mayor profundidad la dependencia entre dos variables.

El período moderno (Siglo XVI-Siglo XX)

Este período fue muy importante, los algebristas introducen la simbología y técnicas más eficaces para facilitar la resolución de ecuaciones. Sin embargo, no se estudiaban las ecuaciones del tipo $f(x,y) = 0$ como representantes de una familia de curvas. (Sánchez & Valdés, 2007)



Actividades de aprendizaje

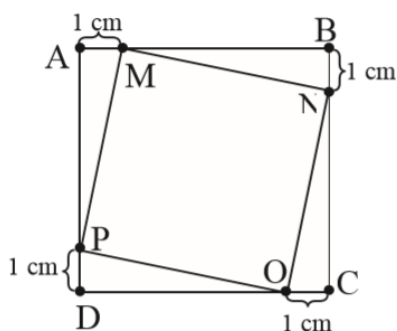
Función cuadrática

Esta actividad tiene como objetivo emplear la metodología didáctica resolución de problemas iniciada en el CCH. Por lo cual se buscó una situación problemática que despertará el interés de los alumnos, y los invitará a reflexionar. El trabajo promueve la actividad grupal, el diálogo entre alumnos, entre el maestro y los alumnos. Además, apoya la construcción de un vínculo entre iguales para fomentar el trabajo en equipo, la solidaridad entre compañeros y la aceptación de la corresponsabilidad en el proceso educativo, favoreciendo el desarrollo de habilidades del pensamiento que permitan al alumno el aprender a aprender y el aprender a hacer.

Actividad 1

Dado el cuadrado ABCD de 10 cm de lado y cuatro puntos M, N, O y P ubicados según los datos del gráfico.

a) Encuentra el área del cuadrado MNOP.



b) Repite la actividad anterior considerando que las medidas de las distancias de los puntos M, N, O y P a los respectivos vértices sean: 4 cm; 6 cm; 9 cm; 2.4 cm y 7.6 cm.

c) Encuentra una fórmula que permita calcular el área del cuadrado MNOP cuando la distancia a los vértices es x .



	<p>d) Con los resultados obtenidos anteriormente haz una tabla de valores. Presenta los valores de la variable independiente en orden creciente</p> <p>e) Traza los valores de la tabla en un sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>f) Teniendo en cuenta lo trabajado hasta el momento. Contesta lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤) ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable independiente? ➤) ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable dependiente? <p>Une los puntos del gráfico con una curva. ¿Qué gráfica obtienes?</p> <p>g) Investiga cuál será la distancia de los puntos M, N, O y P a los respectivos vértices para que el área sea mínima.</p> <p>Actividad 2</p> <p>1. Realizar una tabla de valores y representar gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas la función: $y = x^2$</p> <p>2. Del gráfico obtenido en el punto anterior escribe lo que observas en cuanto a:</p> <ul style="list-style-type: none"> i) Eje de simetría. ii) Coordenadas del vértice iii) Abertura de la curva <p>3. Detallar las similitudes y diferencias que se observan al comparar los gráficos de:</p> <p>$y = x^2$ con $\text{Área}(x) = 2x^2 - 20x + 100$</p> <p>4. Modificar la fórmula de la función $y = x^2$ para que la parábola:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Quede abierta hacia abajo. b) La curva sea más cerrada c) La curva sea más abierta. d) Se desplace 2 unidades hacia arriba. e) Se desplace 3 unidades hacia abajo. f) Se desplace 1 unidad hacia la izquierda. g) Se desplace 2 unidades hacia la derecha. <p>En cada caso, realice la gráfica correspondiente.</p> <p>5. – Para cada uno de los siguientes gráficos</p> <ul style="list-style-type: none"> i) Escribe las coordenadas del vértice.
--	---



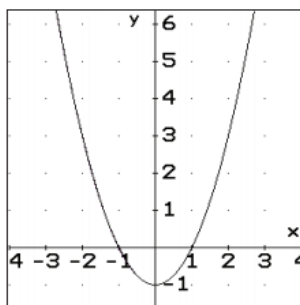
ii) Indica si su abertura es: “más abierta”, “más cerrada” o “igual” a la de la parábola base.

iii) Escribe la fórmula de la función $y = f(x)$ que corresponde a cada uno de los gráficos.

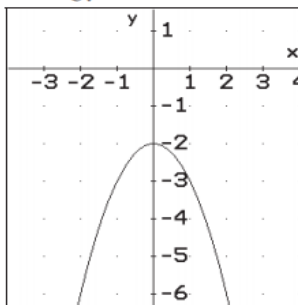
iv) Halla, en los casos en que exista, el o los valores x_1 y/o x_2 donde el gráfico corta al eje de las x .



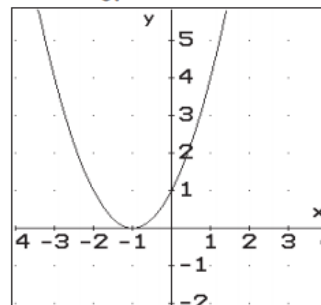
a.-



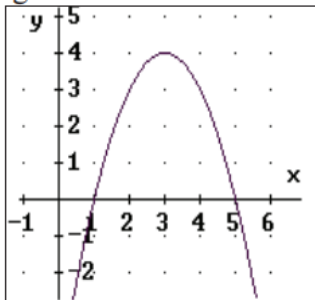
b.-



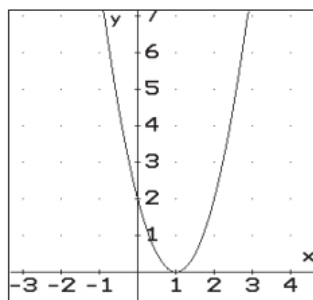
c.-



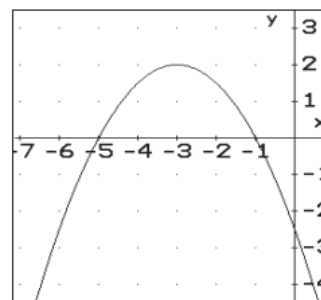
g.-



h.-



i.-



6 - ¿Qué relación existe entre los ceros de las funciones y el valor de la abscisa del vértice?

7.- Completa el siguiente cuadro:

Parábola	Abierta hacia	Coordenadas del Vértice	Abertura según la parábola base	Desplazamientos en unidades numéricas			
	(arriba / abajo)		(más abierta, cerrada o igual)	arriba	abajo	derecha	izquierda
$y = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$							
$y = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2$							
$y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{7}$							
$y = -x^2 - 2$							
$y = 3(x - 4)^2 + 3$							
$y = (x + 2)^2 - 5$							
$y = -2(x + 1)^2$							
$y = -(x - 1)^2 - 1$							
$y = \frac{1}{3}x^2 - 4$							
$y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + 2$							

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANTEL SUR
JEFATURA DE SECCIÓN
ÁREA DE MATEMÁTICAS

29/07/2019

RECIBIDO

8 - Grafique y luego escriba la fórmula de una función cuadrática sabiendo que:

a) El vértice está en el punto V (4, 0), es abierta hacia arriba y pasa por el punto P (3, 1)


b) El punto de menor ordenada es P (2, 3) y pasa por P (1, 2)


c) El punto de mayor ordenada es P (2, 4) y $|a| = 1/2$

d) Corta al eje x en 1 y 3, el menor valor de y es 4

Actividad 3

1. En cada caso encuentra la fórmula polinómica correspondiente a la fórmula canónica dada:

<p>a) $y = (x + 3)^2 - 9$</p> <p>b) $y = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}$</p> <p>c) $y = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$</p> <p>d) $y = (x + 1)^2 + 3$</p> <p>e) $y = (x - 3)^2 - 1$</p> <p>f) $y = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$</p> <p>2. ¿Podrías decir cuáles de los gráficos correspondientes a las funciones cuadráticas dadas en el ejercicio anterior pasan por el origen?</p> <p>3. En las fórmulas de las funciones cuyos gráficos pasan por el origen</p> <p>a) Indica qué característica tiene la fórmula cuadrática polinómica</p> <p>b) Indica qué característica tiene la fórmula cuadrática canónica.</p> <p>c) Establece una vinculación entre las fórmulas cuadrática canónica y polinómica</p> <p>4. a) En cada caso, encuentra la fórmula canónica correspondiente a la fórmula polinómica dada.</p> <p>i) $y = x^2 + 4x$ iv) $y = x^2 + 8x$</p> <p>ii) $y = x^2 - 6x$ v) $y = x^2 - 5x$</p> <p>iii) $y = x^2 - 9x$</p> <p>b) Cuáles serán en cada caso las coordenadas del vértice de la parábola.</p> <p>5. a) Encuentra el valor de h y k de forma que $y = x^2 + b x$ se pueda expresar como</p> <p>$y = (x + h)^2 + k$.</p> <p>b) ¿Cuál será la abscisa del vértice de la parábola?</p> <p>c) ¿Cuál será la ordenada del vértice de la parábola?</p> <p>d) De qué otra forma podrías haber encontrado la ordenada del vértice?</p> <p>6. Escribe cada una de las siguientes funciones de segundo grado en la forma canónica.</p> <p>a) $y = x^2 + 2x - 1$ b) $y = x^2 + 2x + 5$ c) $y = x^2 - 8x + \frac{2}{3}$</p>	
--	---

	<p>7. a) Encuentra el valor de h y k de forma que $y = x^2 + bx + c$ se pueda expresar como $y = (x + h)^2 + k$.</p> <p>b) Expresa $y = x^2 + bx + c$ en la forma canónica.</p> <p>8. Escribe cada una de las siguientes funciones de segundo grado en la forma canónica.</p> <p>a) $y = 3x^2 + 6x - 3$ b) $y = 2x^2 - 5x + 3$</p> <p>9. – a) Encuentra el valor de h y k de forma que $y = ax^2 + bx + c$ se pueda expresar como $y = a(x + h)^2 + k$.</p> <p>b) Expresa $y = ax^2 + bx + c$ en la forma canónica.</p> <p>c) Escribe las coordenadas del vértice de la parábola</p> <p>d) Indica la concavidad de la curva</p> <p>10. – Dada la siguiente función de segundo grado $y = 2x^2 - 10x + 8$</p> <p>a) Exprésala en forma canónica.</p> <p>b) Escribe las coordenadas del vértice.</p> <p>c) Encuentra los ceros de la función</p> <p>d) Gráficala en coordenadas cartesianas ortogonales.</p> <p>11. – Recordando el problema del área del cuadrado dado Área (x) = $2x^2 - 20x + 100$ ¿Cuánto tiene que valer x para que el área sea 50?</p> <p>12. – Encuentra una fórmula que te permita resolver la ecuación: $ax^2 + bx + c = 0$</p>	
	<p>Sugerencias de evaluación o autoevaluación</p> <p>Profesor, la intención de este paquete es la de compartirle una ideas más para abordar los temas que han mostrado una mayor dificultad en Matemáticas II. Lo invitamos a conocer estas sugerencias, para desarrollarlas y evaluarlas como usted lo considere. Si embargo, le pedimos recordar que una evaluación continua le dará a los alumnos una mayor fortaleza en los aprendizajes adquiridos. Intente evaluar las actividades de forma grupal o en equipos para promover el trabajo colaborativo</p>	

en donde el alumno desarrolle las actividades de aprendizaje, de tal manera que les permita alcanzar los propósitos de cada unidad.

Bibliografía

Rey, G., Lazarte, G., Forcinito, s., & Hernández, C. (2015). Estrategias para la función cuadrática.

Acta Latinoamericano de Matemáticas Educativa, 17. Recuperado el 20 de abril de 2019

Sánchez, C., & Valdés, C. (2007). *Las funciones un paseo por su historia*. Madrid: Nivola.

Recuperado el 3 de enero de 2019





Elementos Básicos de Geometría Plana

PARTÍCULAS PM 2.5.-Contaminantes ambientales

Profa. Q.F.B. María del Carmen Hidalgo Ponce

Profa. Mat. Nora Judith Rodríguez Martínez

Paquete didáctico interdisciplinario elaborado para alumnos que cursan la materia de Matemáticas II en el CCH plantel Sur.



Elementos pedagógicos del paquete didáctico propuesto:

A partir de una situación real, se identifican las partículas contaminantes asociándolas con los elementos básicos de geometría plana.

El paquete didáctico propuesto está ubicado dentro de los Programas de Estudio del Área de Matemáticas I a IV actualizados del Colegio de Ciencias y Humanidades, CCH, en el 2017.

El objeto de trabajo específico de esta propuesta didáctica corresponde a la Unidad III. Elementos básicos de geometría plana de Matemáticas II, correspondientes al segundo semestre del ciclo de enseñanza media superior del CCH.

Los antecedentes académicos previos, definidos en el programa de estudios referidos son: *el significado de los números y sus operaciones básicas; ecuaciones de primer grado con una incógnita (Programas de Estudio. Área de Matemáticas. Matemáticas I-IV, consultado el 10 de diciembre del 2016 en*

<https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/programas2016/MATEMATICAS-I-IV.pdf>)

Unidad 3. Elementos Básicos de Geometría Plana

Propósitos:

Al finalizar el segundo curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

- Incrementa su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.
- Percibe que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclidiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.

	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establece conjeturas o infiere algunas conexiones entre resultados. • Valora la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico. • Aplica conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclidiana para resolver problemas.
	<p>Objetivo específico:</p> <p>Al finalizar, el alumno:</p> <p>Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas, obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás.</p> <p>Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.</p>
	<p>Presentación de los contenidos y sus respectivos materiales de apoyo.</p> <p>Polígonos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Describe los polígonos por sus características (regulares e irregulares). • Conoce y aplica las propiedades de los polígonos. • Calcula el perímetro y área de un polígono regular. • Calcula el área de un polígono irregular por triangulación.
	<p>Aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> • El profesor propone a los alumnos una investigación sobre los polígonos regulares e irregulares y su clasificación. Posteriormente se plantean actividades de clasificación de diversos polígonos.



- El profesor oriente para que el alumno encuentre la expresión general para la suma de los ángulos interiores de un polígono de n -lados, mediante la propiedad de suma de los ángulos interiores de un triángulo.
- El profesor proporcione los recursos trigonométricos necesarios para calcular el perímetro y área de un polígono regular.



Marco Teórico

Introducción.

PARTÍCULAS PM 2.5.-Contaminantes ambientales

En la atmósfera existen un gran número de contaminantes que tienen distintas repercusiones en el medio ambiente y la Salud humana,¹

Entre los contaminantes destacan las partículas también conocidas como partículas suspendidas (Material Particulado, Particulate-Matter). Este tipo de contaminantes se definen como mezclas de compuestos microscópicos en forma de líquidos y sólidos suspendidos en el aire (Hollín, polvo, neblina, humo) ¹

Las partículas suspendidas también se clasifican por su tamaño. El tamaño de las partículas suspendidas es una característica muy importante, porque mientras más pequeño sea su diámetro aerodinámico mayor será su capacidad de penetrar a áreas más profundas del sistema respiratorio.

Es muy importante considerar que antes del 2014 se permitía un máximo de $30 \mu\text{g} / \text{m}^3$ y ahora en 2018 se aceptan $45 \mu\text{g} / \text{m}^3$ durante 24 horas. Hoy en día (2019) hemos tolerado hasta $160 \mu\text{g} / \text{m}^3$ ²

Los contaminantes se consideran granos muy finos y ese es el problema a nivel salud humana ya que al ser del tamaño de 2 y media milésima de un milímetro entran fácilmente al cuerpo humano y hasta el torrente sanguíneo, ya que miden 25 micras(μ).⁵

Las partículas contaminantes del aire se pueden clasificar de muchas maneras de acuerdo con diferentes criterios; los más comunes se describen a continuación.

Partículas según su origen. Esta es una de las clasificaciones más básicas de las partículas ambientales y de los demás contaminantes del aire; distingue entre partículas primarias.

Partículas primarias: son aquellas que se emiten directamente a la atmósfera por diversas fuentes (por ejemplo, el humo oscuro que se observa en los escapes de coches y camiones, el polvo de las calles).

Partículas secundarias: son aquellas que se forman en la atmósfera como resultado de reacciones químicas a partir de la presencia de materiales gaseosos, llamados precursores. Los principales gases precursores de las partículas son el dióxido de azufre (SO_2), los óxidos de nitrógeno (NO_x), los compuestos orgánicos volátiles (COV) y el amoníaco (NH_3), los cuales forman partículas de sulfatos y nitratos principalmente, así como partículas suspendidas secundarias orgánicas derivadas de la oxidación fotoquímica de los compuestos orgánicos 1

El uso de este concepto permite también determinar el transporte, los procesos de remoción en el aire y en superficies, así como la trayectoria de las partículas dentro del sistema respiratorio.4 El tamaño de las partículas se ha ido modificando a lo largo del tiempo, debido principalmente a los resultados de numerosas investigaciones sobre los efectos de las partículas ambientales en la salud humana. 3

Principales Fuentes de emisión de las Partículas Ultrafinas, finas y gruesas 1

Tipo	de	Partículas
Ultrafina (PM 0.1)	Finas ($\leq \text{PM}_{2.5}$)	Gruesas (PM 10 – PM 2.5)
Combustión de alta temperatura Reacciones atmosféricas de compuestos gaseosos primarios	Combustión fósil y combustible de biomasa, temperatura alta de procesos industriales, fundidoras, refinerías, acereras Oxidación atmosférica de NO_2 , SO_2 y compuestos orgánicos por ejemplo: terpenos.	Resuspensión de partículas depositadas en las calles. Llantas, residuos de los caminos, balatas de frenos Calles no pavimentadas, construcción y demolición Cenizas de combustión no controlados. Brisa marina.



Principales Características de la Composición de las partículas ultrafinas, finas y gruesas 1

Tipo	de	Partículas
Ultrafina (PM 0.1)	Finas (\leq PM2.5)	Gruesas (PM 10 – PM 2.5)
Sulfatos Carbón elemental Compuestos metálicos Compuestos Orgánicos con baja saturación de presión de vapor a temperatura ambiente.	Sulfato, nitrato, amonio, iones de Hidrógeno. Carbón elemental. Gran variedad de compuestos orgánicos. Metales compuestos de Cr, Cd, V, Ni, Cu, Zn, Mn, Fe Agua ligada a las partículas. Bacterias, virus.	Nitratos, cloruros, sulfatos de reacciones de HNO_3 , HCl , SO_2 Con partículas gruesas. Óxidos de elementos de la corteza terrestre (Si, Al, Ti y Fe) CaCO_3 , CaSO_4 , NaCl, sal marina. Bacterias, polen, moho, esporas de hongos, detritos de plantas y animales.



Componentes Mayoritarios de las partículas sus pendidas 1

Compuestos Mayoritarios	Compuestos Minoritarios
Sulfato (SO_4) Nitrato (NO_3) Amonio (NH_4) Sodio (Na) Cloro (Cl) Carbón elemental (C) Carbón Orgánico o Aerosol Componentes Minerales, Fe_2O_3 , S y Al Agua	Elementos traza, por ejemplo, metales como Plomo (Pb), Cadmio (Cd), Mercurio (Hg), Níquel (Ni), Cromo (Cr), Zinc (Zn) y Magnesio (Mg) Compuestos orgánicos; como hidrocarburos aromáticos, alifáticos, aldehídos, ácidos carboxílicos y cetonas.

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
 PLANTEL SUR
 JEFATURA DE SECCIÓN
 ÁREA DE MATEMÁTICAS
 29/07/2019
RECIBIDO

¿Qué son las PM 2.5 y cómo afectan tu salud?

Son sustancias en estado sólido y líquido que se encuentran suspendidas en el aire y que por su tamaño las defensas del organismo no son capaces para detenerlas

Clasificación de las partículas

Se miden en micras (μm) equivalentes a la milésima parte de un milímetro

- Gruesa:** diámetros entre 2.5 y 10 μm
- Fina:** diámetros menores a 2.5 μm (correspondiente a las PM 2.5)
- Ultrafina:** diámetros menores a 1 μm

Riesgos para la salud

Pueden penetrar directamente a los alveolos

Incrementan el riesgo de sufrir embolias, infartos, padecimientos respiratorios e incluso cáncer

Ejemplos de partículas

Aerosoles

Hollín

Polvo

Humo

Arena

Tierra

Fuente: INECC y Semarnat

Gobierno de la Ciudad de México

PARTÍCULAS SUSPENDIDAS

¿Qué son las partículas?

¿Cómo afectan nuestra salud?

Son cualquier tipo de **material sólido o líquido** que se encuentra suspendido en el aire ambiente.

Entre las fuentes de emisión de este contaminante están las **tolvaneras, los incendios, las emisiones de la industria y de vehículos.**

Su **tamaño varía** y van desde unas cuantas **millonésimas de milímetro** a las más grandes que pueden alcanzar el tamaño de un **grano de arena.**

En la CDMX una fracción importante se forma de **reacciones químicas** como la oxidación del dióxido de azufre y procesos **físicos** como el rodamiento de los vehículos sobre el pavimento.

Debido a que algunas partículas contienen compuestos tóxicos, pueden producir **cáncer de pulmón** y reducir la **esperanza de vida** de las personas.

Las **partículas ultrafinas** son las más peligrosas para tu salud ya que entran al sistema respiratorio hasta los **alvéolos**, donde se lleva a cabo el intercambio gaseoso con la sangre. Si diariamente respiras entre 5 y 8 litros de aire por minuto, al exponerte a las partículas, puedes desarrollar síntomas como:

- Tos
- Resequedad
- Irritación

- Reducción de la función pulmonar
- Agrava enfermedades respiratorias y cardiovasculares

5 a 10 Qm*

1 a 5 Qm*

0 a 1 Qm*

*1000 Qm (micrómetros) = 1 mm

¿Cómo evitar la exposición y protegerse de los altos niveles de partículas?

Grupos susceptibles como niños, mujeres embarazadas, adultos mayores, personas con problemas respiratorios y cardiovasculares deben reducir el tiempo de exposición en exteriores.

Se recomienda a los deportistas sustituir las actividades de gran esfuerzo físico por otras de menor esfuerzo, reducir el tiempo de ejercicio y no ejercitarse cerca de vías de tránsito intenso.

La población en general debe limitar las actividades cívicas, culturales, deportivas y de recreo al aire libre.

Evitar fumar.

Consulta el Índice de Calidad del Aire en aire.cdmx.gob.mx

¿Cómo contribuyo a mejorar la calidad del aire?

Mantén tu auto en óptimas condiciones, reduce su uso y comparte tus viajes.

Usa el transporte público.

No quemes llantas ni basura y no hagas fogatas.

No detones fuegos artificiales

Haz un uso eficiente de la energía (electricidad, gas y gasolina).

Desconecta los aparatos eléctricos que no utilices.

Corrige las fugas de gas.

Utiliza equipos solares en casa.

Reduce, Reusa y Recicla.

www.aire.cdmx.gob.mx
[@Aire_CDMX](https://twitter.com/Aire_CDMX)
 5278 9931 ext.6260

App AIRE disponible en:

El hecho de no poder verlo como lo hacemos con el ozono, no significa que no nos haga daño, las partículas PM 2.5 es un gas ,que aunque es un gas totalmente translúcido, se podrá sentir al

instante cuando entra a nuestro cuerpo y nos provoca comezón en la nariz, ardor en los ojos y dolor de cabeza 5

FÓRMULAS QUÍMICAS DE LOS COMPONENTES DE LAS PARTÍCULAS PM 2.5(Formando compuestos)

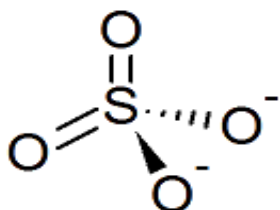


Compuestos Mayoritarios	Compuestos Minoritarios
1.-Sulfato (SO ₄) 2.-Nitrato (NO ₃) 3.-Amonio (NH ₄) 4.-Sodio(Na) (Na ₂ S ₂ O ₃) 5.-Cloro (Cl)(NaClO ₄) 6.-Carbón elemental (C) (Grafito) 7.-Carbón Aerosol (C) (CFC) 8.-Óxido Ferroso(Fe ₂ O ₃) 9.-Azufre (S ₈) 10.-Aluminio (Al) (AlCl ₃) 11.-Agua(H ₂ O)	Elementos traza formando compuestos 12.-Plomo (Pb) 13.-Cadmio (Cd) 14.-Mercurio (Hg) 15.-Níquel (Ni) 16.-Cromo (Cr) 17.-Zinc (Zn) 18.-Magnesio (Mg) Compuestos orgánicos 19.-Aromáticos (benceno), 20.-Alifáticos(etano), 21.-Aldehídos (etanaldehído) 22.-Ácidos carboxílicos (ác.etanoico) 23.-Cetonas (propanona)

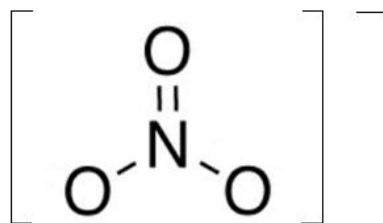
7

COMPUESTOS MAYORITARIOS

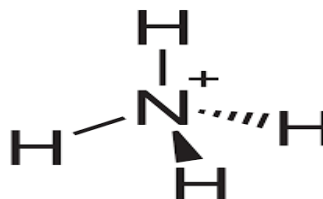
1.- SULFATO



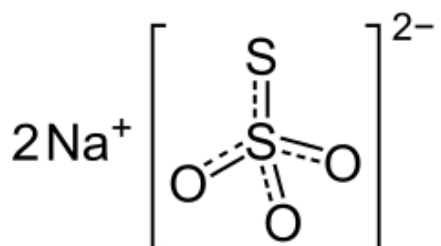
2.-NITRATO



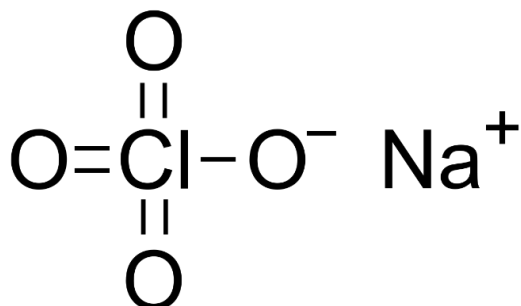
3.-AMONIO



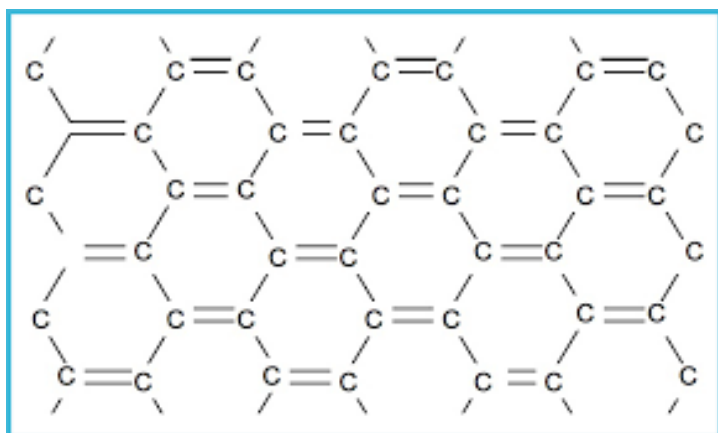
4.-SODIO(TIOSULFATO DE SODIO)



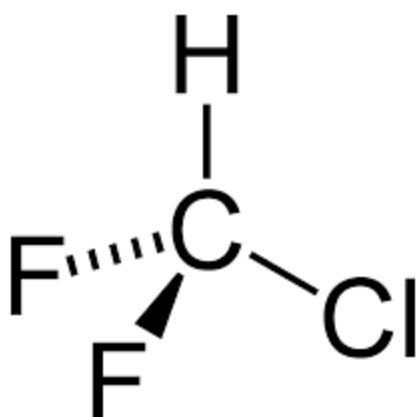
5.-CLORO(PERCLORATO DE SODIO)



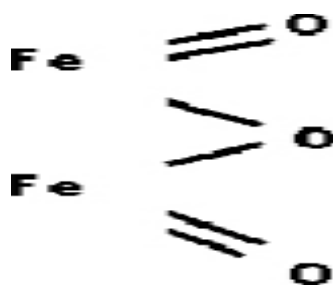
6.-CARBÓN ELEMENTAL (GRAFITO)



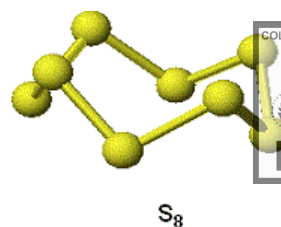
7.-CARBONO ORGÁNICO .-AEROSOLES.-(CLOROFLUOROCARBONO)



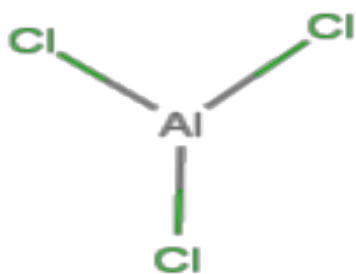
8.-OXIDO FÉRRICO (O DE FIERRO III)



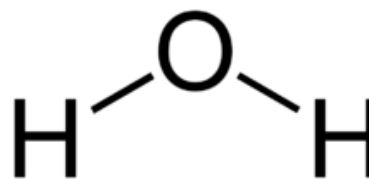
9.-AZUFRE



10.-ALUMINIO (TRICLORURO DE ALUMINIO)

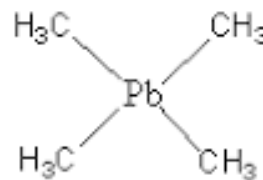
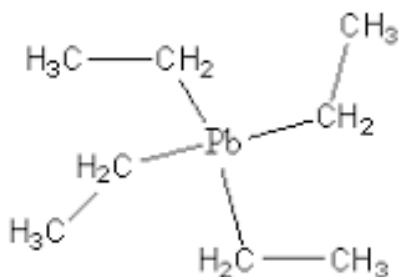


11.-AGUA



COMPUESTOS MINORITARIOS

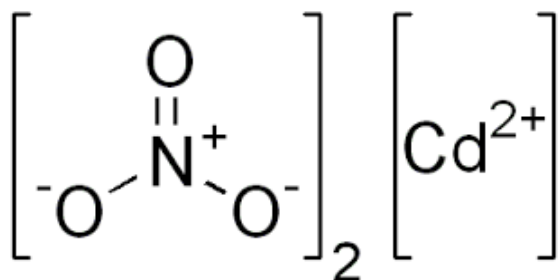
12.-PLOMO (TETRA ETILO DE PLOMO)



ÓXIDO PLUMBOSO(Ó DE PLOMO II)



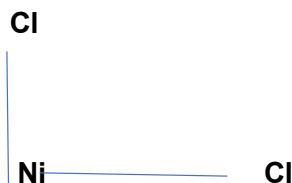
13.-CADMIO (NITRATO DE CADMIO)



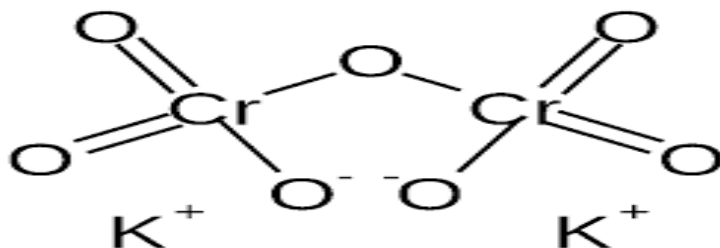
14.-MERCURIO (CLORURO MERCUROSO Ó DE MERCURIO I)



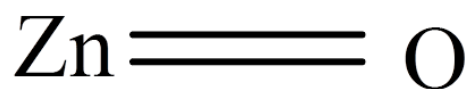
15.NIQUEL (CLORURO NIQUELOSO Ó DE NIQUEL II)



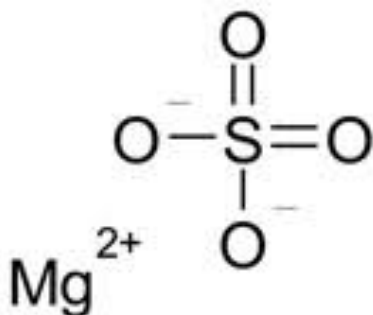
16.-CROMO (DICROMATO DE POTASIO)



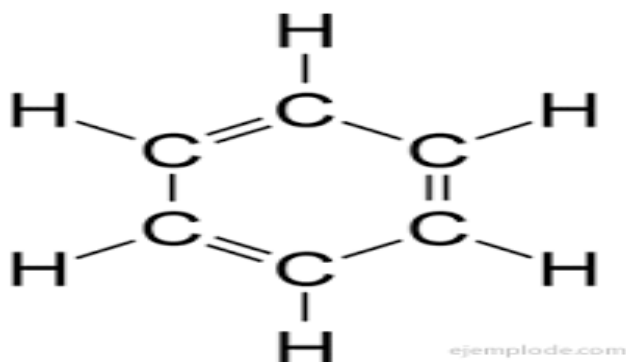
17.-ZINC (ÓXIDO DE ZINC)



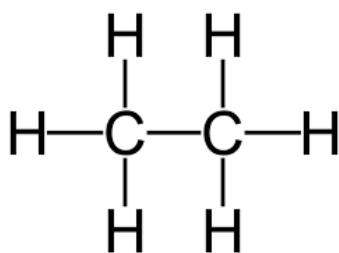
18.-MAGNESIO (SULFATO DE MAGNESIO)



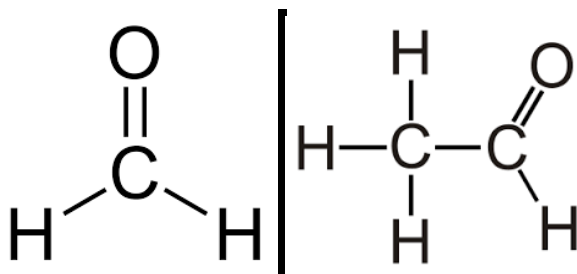
19.-AROMÁTICOS (BENCENO)



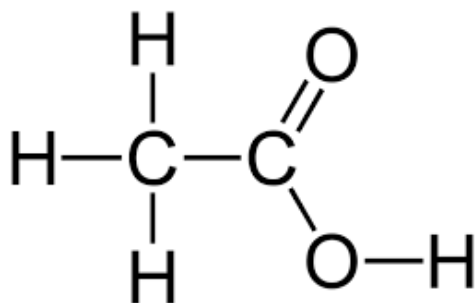
20.-ALIFÁTICOS (ETANO)



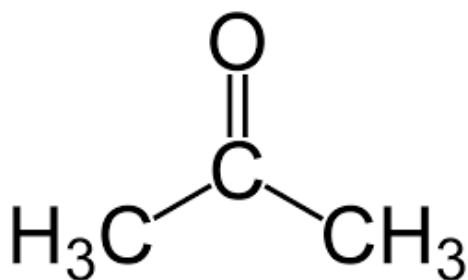
21.-ALDEHÍDO (FORMALDEHÍDO)(ETANALDEHÍDO)



22.-ÁCIDOS CARBOXÍLICOS (ÁCIDO ETANOICO)



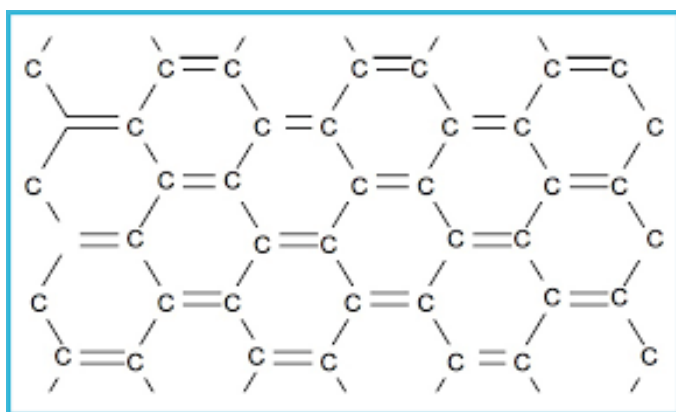
23.-CETONA (PROPANONA)



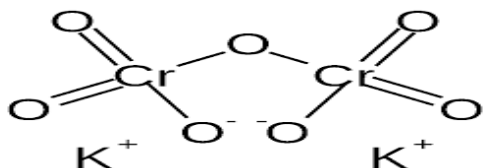
Desarrollo

Cuando observamos las fórmulas químicas de los componentes que forman las partículas 2.5, en su construcción toman como base los polígonos, por ejemplo:

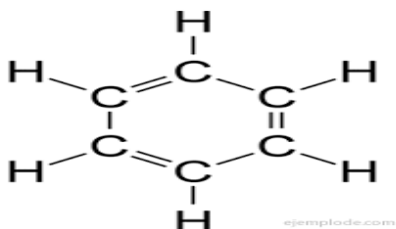
6.-CARBÓN ELEMENTAL (GRAFITO)



16.-CROMO (DICROMATO DE POTASIO)



19.-AROMÁTICOS (BENCENO)



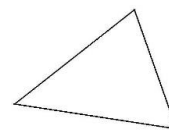
Polígonos

Los polígonos son figuras o superficies planas limitadas por segmentos de recta, a los cuales se llaman lados del polígono; de la misma manera, un polígono es una figura cerrada, que se forma mediante la unión de segmentos rectilíneos.

De acuerdo con la magnitud de sus lados y de sus ángulos, los polígonos se dividen en regulares e irregulares. Un polígono regular es el que tiene todos sus lados y sus ángulos iguales.

Los polígonos reciben un nombre particular de acuerdo con el número de lados que tengan.

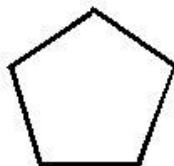
Por ejemplo el **triángulo** tiene tres lados:



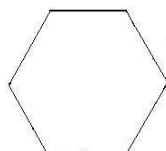
El **cuadrilátero** tiene cuatro lados:



El **pentágono** tiene cinco lados:



El **hexágono** tiene seis lados:



Un polígono de n lados se puede denominar **n -ágono**.

Un **polígono regular** es aquel cuyos lados son congruentes entre sí y todos sus ángulos también son congruentes entre sí.

Los triángulos son los polígonos de tres lados, el triángulo equilátero es el único polígono regular de tres lados, los cuadriláteros son los polígonos de cuatro lados y se clasifican en paralelogramos (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide), el cuadrado es el único polígono regular de cuatro lados, trapezios (rectángulo, isósceles y escaleno) y trapezoides.

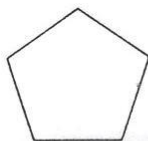
Los polígonos que tienen más de cuatro lados son: pentágonos (5 lados), hexágono (6 lados), heptágono (7 lados), octágono (8 lados), eneágono (9 lados), decágono (10 lados), undecágono (11 lados), dodecágono (12 lados). Los polígonos que tienen más de doce lados se le nombra simplemente como polígonos de 13, 14, 15, ... n lados, con excepción del polígono de 20 lados al que denomina icosaágono.



Triángulo



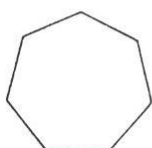
Cuadrado



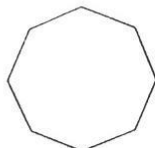
Pentágono



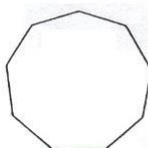
Hexágono



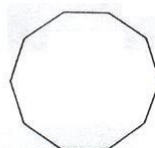
Heptágono



Octágono



Eneágono



Decágono

Actividad de aprendizaje

Construye con regla y compas los siguientes polígonos regulares

Construcción 1: Triángulo equilátero:

1. Traza un segmento de recta \overline{AB} de tamaño que tendrán los lados del triángulo.
2. Con centro en A abre tu compas hasta B y traza un arco de circunferencia.
3. Con centro en B traza un arco con la misma medida del trazo anterior.
4. El punto de intersección de ambas circunferencias es C.
5. Unir A y C
6. Unir B y C.



Construcción 2: Trazar un hexágono conocido uno de sus lados.

1. Traza un segmento de recta $\overline{12}$ de tamaño que tendrán los lados del hexágono
2. Con centro en 1 abre tu compas hasta 2 y traza un arco de circunferencia.
3. Con centro en 2 traza un arco con la misma medida del trazo anterior.
4. El punto de intersección de ambas circunferencias es O.
5. Con centro en O abre tu compas hasta 1 y traza la circunferencia completa.
6. Con la misma medida con centro en 2 traza un arco que intersecte a la circunferencia, ese punto es 3.
7. Con la misma medida con centro en 3 traza un arco que intersecte a la circunferencia, ese punto es 4.
8. Con la misma medida con centro en 4 traza un arco que intersecte a la circunferencia, ese punto es 5.
9. Con la misma medida con centro en 5 traza un arco que intersecte a la circunferencia, ese punto es 6.
10. Unir los puntos de 1-6.

Construcción 3: Trazar un pentágono conociendo uno de sus lados.

1. Traza un segmento de recta $\overline{12}$ de tamaño que tendrán los lados del pentágono
2. Con centro en 1, abre tu compas a más de la mitad del segmento y traza un arco de circunferencia arriba y abajo del segmento.
3. Con centro en 2, con la misma medida traza un arco de circunferencia arriba y abajo del segmento.
4. Los puntos de intersección únelos y obtendrás la **mediatriz** del segmento $\overline{12}$.

5. El punto de intersección del segmento $\overline{12}$ y la mediatriz llámalo **a**.
6. Con centro en 2, abre tu compas a menos de la mitad y traza una circunferencia, el punto de intersección con el segmento 12 y la circunferencia llámalo 1'.
7. Con centro en 1', con la misma medida traza un arco de circunferencia, el punto de intersección llámalo 2'.
8. Con centro en 2', con la misma medida traza un arco de circunferencia, el punto de intersección llámalo 3'.
9. Con centro en 3', con la misma medida traza un arco de circunferencia hacia 2', el punto de intersección llámalo 4'.
10. Une el punto 2 con 4' y obtendrás una **perpendicular** sobre $\overline{2, 4'}$ segmento 12.
11. Con centro en 2, abre tu compas hasta 1 y traza un arco sobre la perpendicular, el punto de intersección llámalo **b**.
12. Prolongar la recta $\overline{12}$, en 2 para hacer más largo el segmento.
13. Con centro en **a** abre tu compas hasta **b** y traza un arco de circunferencia sobre el segmento prolongado de 12, el punto de intersección llámalo **c**.
14. Con centro en **c** abre tu compas hasta 1 y traza un arco sobre la **mediatriz** del segmento 12, a punto de intersección llámalo 4.
15. Con centro en 2 abre tu compas hasta 1 y traza un arco de circunferencia.
16. Con centro en 4, con la misma medida traza un arco de circunferencia, el punto de intersección llámalo 3.
17. Con centro en 1 abre tu compas hasta 2 y traza un arco de circunferencia.
18. Con centro en 4, con la misma medida traza un arco de circunferencia, el punto de intersección llámalo 5.
19. Unir los puntos de 1-5.

Polígono Convexo: Son aquellos que todos sus ángulos interiores son menores a 180°

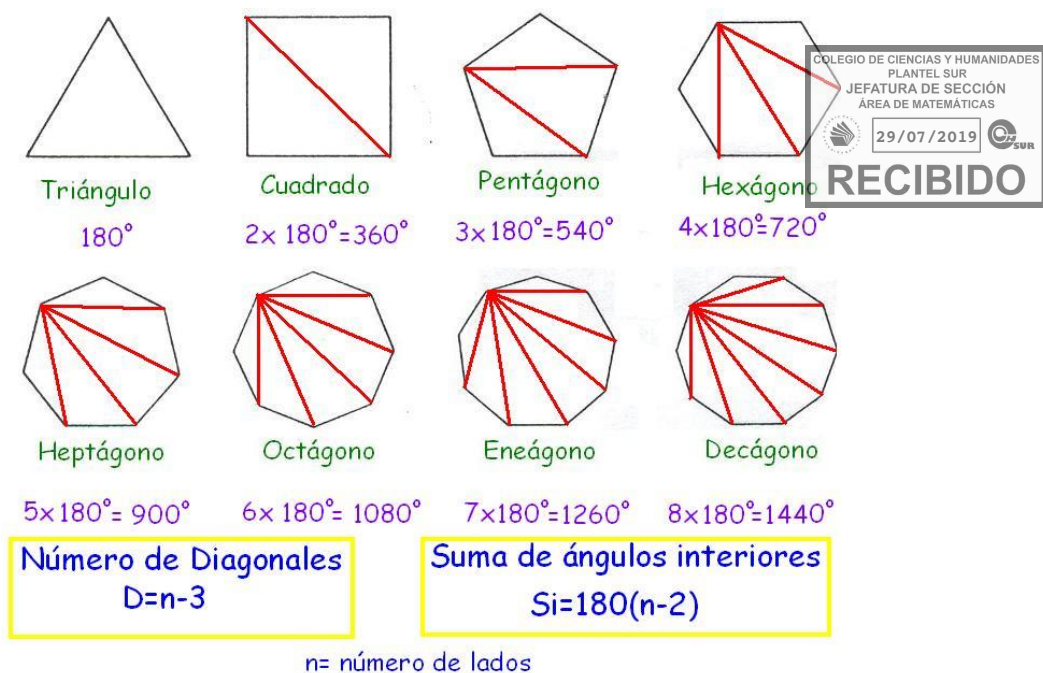
La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de **n** lados es:

$$S_i = 180^\circ(n-2)$$

Desde un triángulo convexo se forman **n-2** triángulos con las diagonales que parten de él.

$$\text{Diagonales} = n-3$$





Cada uno de los ángulos interiores $\angle i$ de un polígono regular es igual a la suma de los ángulos interiores entre el número de lados.

$$\angle i = \frac{S_i}{n}$$

$$\angle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$$

Teorema: La suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo es 360° .

Cada uno de los ángulos exteriores $\angle e$ de un polígono regular de n lados se calcula de la forma:

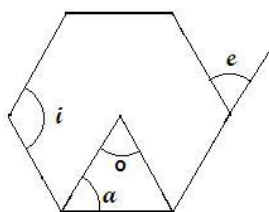
$$\angle e = \frac{360^\circ}{n}$$

El ángulo central $\angle o$ de un polígono regular de n lados es igual al ángulo exterior.

$$\angle o = \frac{360^\circ}{n}$$

El ángulo $\angle a$ es igual a la mitad del ángulo interior.

$$\angle a = \frac{\angle i}{2}$$



ACTIVIDAD 2.

Completa la siguiente tabla

Nombre del Polígono	Número de lados n	Diagonales D	Suma de ángulos interiores $\angle Si$	Ángulo Interior $\angle i$	Ángulo Exterior $\angle e$	Ángulo Central $\angle o$	$\angle a$
	3						
	4						
	5						
	6						
	7						
	8						
	9						
	10						

Perímetro de un polígono regular

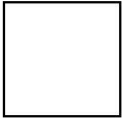
El perímetro de un polígono es la suma de las longitudes de sus lados. Si el polígono es de lados iguales, entonces el perímetro es igual al número de lados n , por la longitud de uno de ellos l .

$$P = nl$$

ACTIVIDAD 3

Resuelve en parejas los siguientes ejercicios.

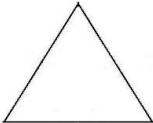
1. Calcula el perímetro de un cuadrado si uno de sus lados tiene 5 metros de longitud.



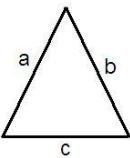
2. Calcula el perímetro de un cuadrado si uno de sus lados tiene 8 metros de longitud.



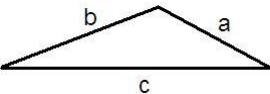
3. Determina el perímetro de un triángulo equilátero cuyo lado mide 8 metros



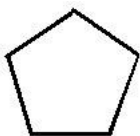
4. Determina el perímetro de un triángulo isósceles cuyos lados mide $a=5$, $b=5$ y $c=7$ metros



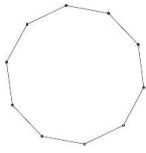
5. Determina el perímetro de un triángulo escaleno cuyos lados mide $a=6$, $b=7$ y $c=9$ metros



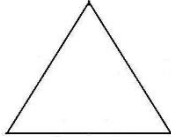
6. Determina el perímetro de un terreno que tiene forma de pentágono regular si cada uno de sus lados mide 13 metros de largo.



7. Determina el perímetro de un decágono regular si cada uno de sus lados mide 25 metros.



8. Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 99 metros. ¿Cuánto mide cada lado?



9. Determina el perímetro de un rectángulo cuyo ancho mide 12 metros y cuyo largo mide 34 metros.



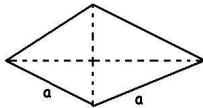
10. El señor López tiene un terreno rectangular de 150 metros de largo y 95 metros de ancho y desea cercarlo con tres líneas de alambre de púas. ¿Cuántos rollos de alambre requiere comprar, si cada rollo tiene 60 metros de alambre?



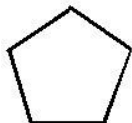
11. Determina el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide 28 centímetros.



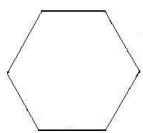
12. Determina el perímetro de un rombo cuyo lado mide $a=15$ metros.



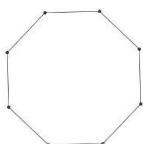
13. Determina el perímetro de un polígono regular de 5 lados cuyo lado mide 6 metros.



14. Determina el perímetro de un hexágono regular cuyo lado mide 10 metros.



15. Determina el perímetro de un octágono regular cuyo lado mide 39 centímetros.

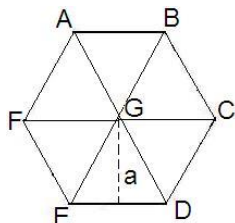


Área de un polígono regular

En cualquier polígono regular, se conoce como **apotema** al segmento de recta que va desde el centro de la circunferencia circunscrita hasta el punto medio de uno de sus lados.

Debido a que un polígono regular está compuesto de tantos triángulos isósceles congruentes como lados tiene, el área de uno de estos triángulos es la mitad de la longitud del lado multiplicado por su altura, que en este caso corresponde al apotema:

Por ejemplo, el hexágono está formado por 6 triángulos isósceles.



Área del polígono = 6 veces el área del triángulo isósceles.

$$\text{Área del polígono} = 6 \text{ veces } \frac{(\text{base})(\text{altura})}{2}$$

$$\text{Área del polígono} = 6 \text{ veces } \frac{(\text{longitud de lado})(\text{apotema})}{2}$$

En general para determinar el área de un polígono regular de **n** lados se utiliza la expresión:

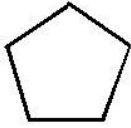
$$\text{Área del polígono} = \frac{(\text{perímetro})(\text{apotema})}{2}$$

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

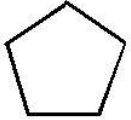
ACTIVIDAD 4

Resuelve en parejas los siguientes ejercicios.

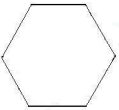
1. El perímetro y el área de un pentágono de lado 12 unidades y apotema 8 unidades es:



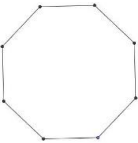
2. El perímetro y el área de un pentágono de lado 10 unidades y apotema 6 unidades es:



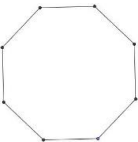
3. Un salón de baile tiene forma de hexágono regular con perímetro de 48 metros y apotema de $\sqrt{48}$ metros. ¿Cuántos metros cuadrados mide el salón?



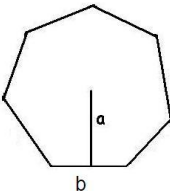
4. Determina el área de un octágono regular que tiene 3 metros de lado y 5.801 metros de apotema.



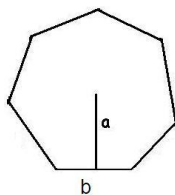
5. El área de una moneda octagonal es de 6 cm^2 y su apotema mide 1.5 centímetros ¿Cuánto mide un lado del polígono?



6. Si se tienen un heptágono regular con lado $b=10\text{cm}$ y apotema $a=15\text{cm}$, ¿cual es su perímetro y su área?



7. Si se tienen un heptágono regular con lado $b=30\text{cm}$ y apotema $a=45\text{cm}$, ¿cual es su perímetro y su área?



Cierre

ACTIVIDAD 5

En parejas exponer en plenaria los ejercicios planteados, en las actividades 3 y 4.

Sugerencias de evaluación o autoevaluación

Profesor, la intención de este paquete es la de aportar ideas un tanto creativas para abordar los temas con mayor dificultad en Matemáticas. Lo invitamos a tomar las ideas, desarrollarlas y evaluarlas como usted considere. Si embargo, le sugerimos una evaluación continua en donde el alumno desarrolle las actividades de aprendizaje de forma individual y grupal, que fundamenten el concepto y las aplicaciones de los temas, de tal manera que les permitan alcanzar los propósitos de cada unidad.

Bibliografía

- Barrios, J., Chávez, X., Flores, J., Reyes, R., & Romero, M. (Octubre 2005). *Guía de estudio para Matemáticas II (álgebra y geometría)*. CDMX: Universidad Nacional Autónoma de México, Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Sur .
- Climático, I. N. (junio de 2019). Obtenido de <http://www.INECC/gob.mx>
- Colegio de Ciencias y Humanidades, S. A. (Enero 2006). *Guía de estudio para presentar el examen de conocimientos y habilidades disciplinarias para la contratación temporal de profesores de asignatura interinos de Matemáticas I a IV, 24ª promoción* . CDMX: Dirección General de Colegio de Ciencias y Humanidades.
- Ecología, I. N. (Junio de 2019). *Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático* . Obtenido de <http://www.INECC/gob.mx>
- Global, U. (s.f.). *UNAM Global*. Obtenido de <http://www.unamglobal.unam.mx>
- Martínez, N. J. (2017). *Cuaderno de trabajo para Matemáticas II Plan actualizado 2016*. CDMX: Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Sur.
- México, E. S. (Abril de 2019). *El Sol de México*. Obtenido de <https://www.elsoldemexico.com.mx/>
- México, E. s. (Mayo de 2019). *El sol de México* . Obtenido de <http://www.elsoldemexico.com.mx>
- México, G. d. (ABRIL de 2019). *Gobierno de México*. Obtenido de <http://www.gob.mx>
- México, G. d. (2019). *Gobierno de México* . Obtenido de <http://www.gob.mx>
- México, G. d. (s.f.). *Gobierno de la Ciudad de México* . Obtenido de <http://www.cdmx.gob.mx>
- químicas, G. f. (s.f.). Obtenido de <http://www.google.com>
- Romero Miranda, M., & M. Solís , R. (s.f.). *Guía de Estudio Matemáticas III "Geometría Euclidiana"* . CDMX: Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Sur.
- Salsedo Martínez , S. B., Reyes Esparza, A. R., Ruz Ávila, F. R., Perez Quintanilla, Á., Chávez Pérez , G. X., Valencia Montalván , M. E., & Reyes Zúñiga, T. (2009). *Guía para profesor de Matemáticas II*. CDMX: Colegio de Ciencias y Humanidades, Secretaría de Programas Institucionales. Recuperado el abril de 2019
- UNAM, G. (s.f.). Obtenido de <http://www.gaceta.unam.mx>






Congruencia y semejanza

Profa: Eréndira Rosales Romero

Profa: Verónica Cisneros Castillos

PAQUETE DIDÁCTICO INTERDISCIPLINARIO DE MATEMÁTICAS II	<p style="text-align: center;">Matemáticas y biología</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p>Paquete didáctico elaborado para alumnos que cursan la materia de Matemáticas II en el CCH plantel sur, en sus clases de Matemáticas II correspondiente al segundo semestre.</p>
	<p>Unidad 4. Congruencia, Semejanza y Teorema de Pitágoras.</p>
	<p>a) Indicaciones para su utilización.</p> <p>Profesor, le compartimos la elaboración de este material con la idea de buscar explicar temas abstractos de la asignatura de matemáticas II con temas de interés en los estudiantes de nivel bachillerato. La intención es buscar relacionar aprendizajes o contenidos de matemáticas con la asignatura de biología. En especial aprendizaje que son de difícil asimilación, como lo son el concepto de congruencia y de semejanza. En la búsqueda de lograr que nuestros estudiantes se apropien de ambos conceptos, les compartimos este material en el que se relacionan a la congruencia y a la semejanza (Matemáticas) con las tribus urbanas (Biología).</p> <p>En este material relacionamos temas de Matemáticas con las conocidas tribus urbanas. Es decir, explicar los conceptos de congruencia y semejanza entre las distintas tribus urbanas que se observan en nuestra comunidad ceceachera.</p> <p>Le pedimos revisar a profundidad el tema, para conocer lo que son las tribus urbanas y que están presentes en la comunidad ceceachera. Una vez que haya logrado el primer objetivo, le pedimos revisar la tabla comparativa que le mostramos al finalizar el documento. Posteriormente, le sugerimos aplicar la actividad grupal en el salón de clases y por último, una vez logrado que sus estudiantes comprendan ambos conceptos, le pedimos dar inicio a la aplicación del tema de manera formal en su salón de clases.</p>

	<p>Presentación de los contenidos y sus respectivos materiales de apoyo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de congruencia • Triángulos congruentes • Criterios de congruencia de triángulos • Razón y proporción • Propiedades de la proporción • Figuras semejantes • Concepto de semejanza • Criterios de Semejanza • Tribus urbanas en el CCH sur <div data-bbox="1208 354 1446 516"> </div> <p>Marco teórico</p> <p>Los aprendizajes en matemáticas relacionan tres conceptos importantes de complejas asimilación, que son: congruencia, proporción y semejanza.</p> <p>(Anotar aprendizajes de las tribus urbanas en la biología)</p> <p>En la búsqueda de crear herramientas estratégicas</p> <p>Contenido Temático</p> <p>Congruencia: (Ruiz & Barrantes, 2006)</p> <p><i>Si se nos da un pedazo de mecate y se nos pide conseguir otro igual, ¿qué características buscaría usted para el pedazo de mecate que va a conseguir?. Tal vez usted buscaría uno del mismo espesor, del mismo material y de igual longitud, y si no hubiese del mismo material espesor, posiblemente se conformaría con que fuese de igual longitud. En este caso estaríamos considerando como iguales dos mecate de la misma longitud.</i></p> <p>El concepto de congruencia</p> <p><i>...dados \overline{AB} y \overline{CD} son congruente si $AB = CD$, esto es, si tienen la misma longitud.</i></p> <p><i>Dos polígonos son congruentes si sus lados y sus ángulos correspondientes son respectivamente congruentes. (Ruiz & Barrantes, 2006)</i></p>
--	---

Triángulos congruentes

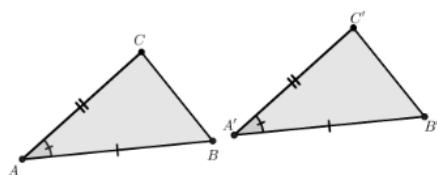
Dos triángulos ABC y PQR son congruentes si y solo si: sus ángulos correspondientes tienen la misma medida y sus lados correspondientes tienen la misma longitud.

En tal caso se escribe $\Delta ABC \cong \Delta PQR$. (Ruiz & Barrantes, 2006)



Criterios de congruencia de triángulos

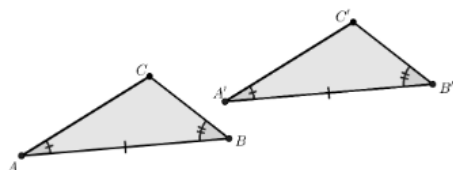
(Vittone, Gianatti, & Alegre, 2016)



CRITERIO LAL: (Axioma 17) Si en dos triángulos dos pares de lados homólogos y los ángulos comprendidos entre dichos lados son congruentes, entonces los triángulos son congruentes.

En el dibujo:

$$AB = A'B', AC = A'C' \text{ y } \hat{A} = \hat{A}' \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'.$$

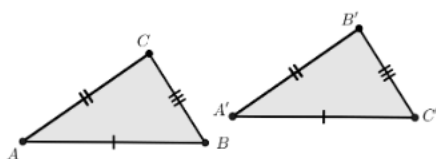


Teorema 2. CRITERIO ALA

Si en dos triángulos un par de lados homólogos y los ángulos con vértices en los extremos de dichos lados son respectivamente congruentes, entonces los triángulos son congruentes.

En el dibujo:

$$AB = A'B', \hat{A} = \hat{A}' \text{ y } \hat{B} = \hat{B}' \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'.$$



Teorema 3. CRITERIO LLL Si dos triángulos tienen tres pares de lados homólogos congruentes, entonces los triángulos son congruentes.

En el dibujo:

$$AB = A'B', AC = A'C' \text{ y } BC = B'C' \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'.$$

	<p>Razón y proporción: Definimos la <i>razón</i> de dos números , o de dos cantidades de la misma especie, diciendo que es una fracción que tiene a uno de los dos números, o medida numérica de una de las cantidades medidas, como numerador, y el otro como denominador. Así $\frac{3}{5}$ es la “razón de 3 a 5”, es la razón de a a b; $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$ es la razón del segmento AB (\overline{AB} es la medida numérica de su longitud) al segmento \overline{CD}).</p> <p>En una <i>razón</i> $\frac{a}{b}$ o $a:b$, los símbolos algebraicos a, b pueden representar dos números cualesquiera, o las medidas numéricas de dos cantidades cualesquiera de la misma especie, como dos longitudes, ángulos, áreas, volúmenes, etc.</p> <p>En toda razón $a/b, \frac{a}{b}$ o $a:b$, el primer número, a, se llama <i>antecedente</i> y el otro, b, <i>consecuente</i>. (Thompson, 1992)</p> <p>Propiedades de la proporción: Estas propiedades se estudian en la asignatura de algebra. Razón por la que se mencionaran lo de mayor importancia.</p> <ol style="list-style-type: none"> I. En toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos. II. La media proporcional de dos números es la raíz cuadrada de su producto. III. En toda proporción se pueden cambiar los medios y los extremos, y se pueden invertir ambas razones. IV. Si el producto de un par de números cualesquiera es igual al producto de otro par de números, se pueden formar con ellos una proporción en la que uno cualquiera de los pares puede ser los medios y el otro los extremos. V. Toda proporción se puede componer. VI. Toda proporción se puede dividir. Esto significa que , también es. VII. En toda proporción la suma de antecedente y consecuente de la primera razón es a su diferencia, como la suma de antecedente y consecuente de la segunda razón es a su diferencia. Esto significa que también es VIII. En una serie de razones iguales la suma de los antecedentes es a la suma de los consecuentes como un antecedente cualquiera es a su consecuente. Esto significa que etc., también se verifica que etc., y análogicamente para una serie de razones iguales de cualquier número de términos. (Thompson, 1992)
--	---



Figuras semejantes: Si vemos dos mapas de un país, a escala distinta, decimos que son semejantes; si vemos en el zoológico un elefante y le tomamos una fotografía decimos que son semejantes.

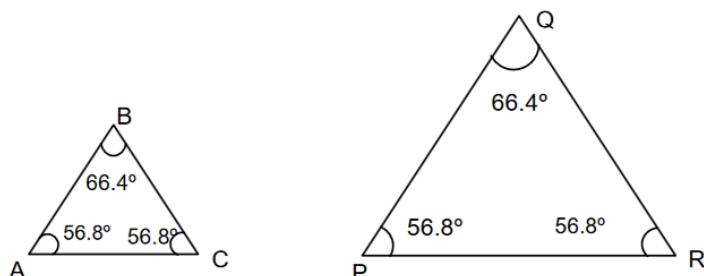
Concepto de semejanza

Dos figuras geométricas que tengan la misma forma, cualesquiera que sean sus tamaños, son semejantes.

Si dos figuras son semejantes llamamos partes homólogas a aquella parte de una de las figuras y su imagen bajo la semejanza. (Thompson, 1992)

Criterios de Semejanza: (Desconocido)

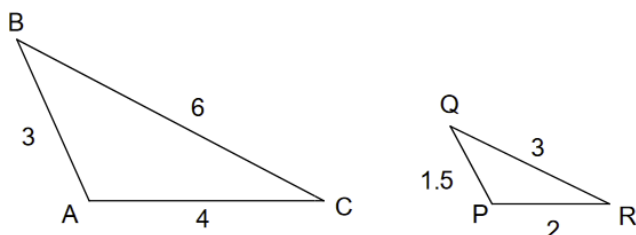
1er. Criterio. Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivamente iguales, son triángulos semejantes.



Los ángulos $\angle A = \angle P$ y el $\angle C = \angle R \therefore$ el triángulo $\triangle ABC \approx \triangle PQR$.



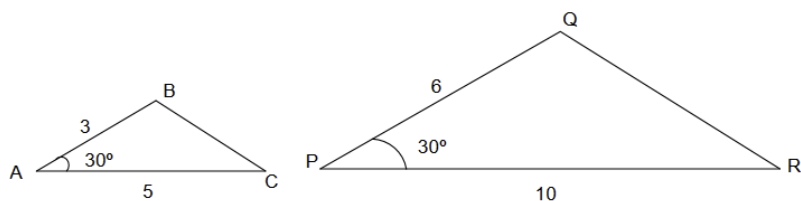
2º. Criterio. Si dos triángulos tienen sus tres lados correspondientes proporcionales, son triángulos semejantes.



Los segmentos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{PR}} = \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{3}{1.5} = 2 \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{3} = 2 \quad \therefore \text{el triángulo } \triangle ABC \approx \triangle PQR.$$

3er. Criterio. Si dos triángulos tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales, son triángulos semejantes.



Los segmentos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{PR}} = \frac{5}{10} = 0.5 \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{3}{6} = 0.5 \quad \text{y } \angle A = \angle P \quad \therefore \text{el triángulo } \triangle ABC \approx \triangle PQR.$$



TRIBUS URBANAS EN EL CCH SUR



(Almazán, 2017)



Las tribus urbanas o culturas juveniles, como algunas autores las han definido, son un fenómeno localizado, en sus comienzos, en las grandes conglomeraciones demográficas urbanas como consecuencia de un nuevo actor social: la juventud.

En este trabajo de investigación se hablará sobre las características etológicas (ciencia que estudia los pueblos y sus culturas en todos sus aspectos y relaciones) y de vestimenta que se observan dentro de las diferentes tribus urbanas que se encuentran en el Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur.

Para hablar de ellas es necesario saber qué es una tribu urbana; está se compone de un grupo de personas, que por lo general, jóvenes que comparten aficiones o ideologías, cada una de ellas se diferencia de las otras por signos externos que los unifican, por ejemplo la ropa o incluso el peinado. Fue a partir de la década de los 50 del siglo XX en los Estados Unidos de América y la Europa de la posguerra en que la condición de juventud comenzó a masificarse, extendiéndose a los hijos de las clases medias.

Para América Latina fue necesario esperar hasta fines de los 60 y principios de los 70 para que se hiciera extensiva esta categoría, pues antes de esas fechas la categoría social de juventud respondía únicamente al perfil del estudiante universitario.

Como ya se mencionó, una tribu urbana está conformada por personas que comparten características como la música que escuchan, la forma de vestir y de expresarse. Pero muchas veces

se nos olvida mencionar aspectos importantes como la clase social, las características físicas y lugares en los que generalmente habitan.

Para la Ciudad de México, hay como ejemplo dos grandes tribus urbanas, los llamados “tepiteños” y “reggaetoneros”), y los hípsters. Dos grandes tribus en las que las características económicas y los rasgos físicos son muy distintos. Por un lado los chacas, normalmente de estatura baja y de piel morena, que tienen una preferencia musical por el reggaetón y viven en las zonas pobres de la ciudad. Por el otro lado los hípsters, normalmente altos y rubios, que residen en el centro de la ciudad.

CCH SUR.

En el Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur, existen distintas tribus urbanas de los que se pueden destacar los enlaces, los de la explanada, los anarquistas, etc. Cada una de las personas que conforman los grupos se pueden clasificar taxonómicamente por las características que poseen.

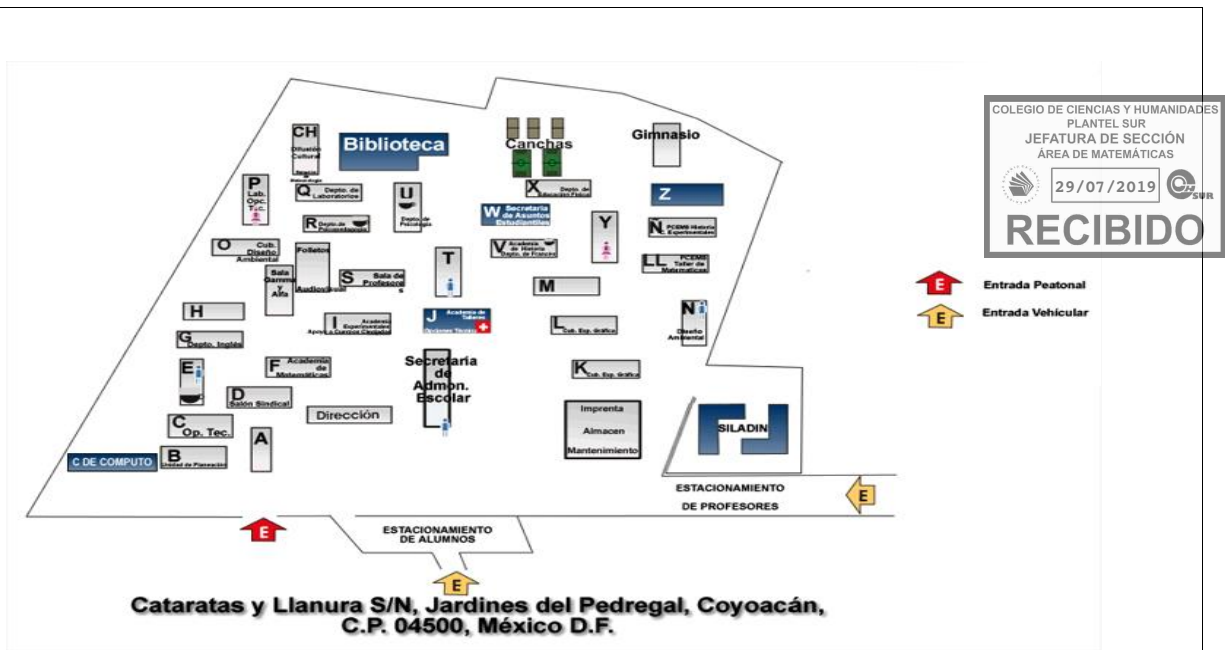
El siguiente croquis del Colegio de Ciencia y Humanidades plantel sur, nos muestra cómo cada una de las áreas que conforman el croquis, representa un punto de concentración de jóvenes con cierto tipo de actividades. La cual interpretan de la siguiente manera:

Biblioteca→ Por lo general se van a dormir y a cargar sus celulares, pero realmente el espacio es utilizado para hacer tareas e investigaciones.

Canchas→ En su mayoría se encuentran jóvenes que usan ropa deportiva (Nike, Adidas, Jordan), escuchan música, fuman y practican algún deporte (fútbol, básquetbol, voleibol, etc).

Edificio CH→ Es bien conocido porque normalmente las parejas van a pasar tiempo en el lugar.





Camino verde→ Fuman, juegan haki. Conviven entre amigos.

Audiovisual→ Tocan instrumentos, visten de manera holgada y hay algunos chicos con cabello largo.

Explicada del I → Visten muy casual y van a platicar.

Explanada→ Visten ropa de marca (Bershka, P&B, Forever 21, ZARA, etc.), tenis de marca (Nike, Adidas, Converse, etc.), fuman, escuchan música de moda, la mayoría no asiste a sus clases y deben materias, organizan eventos ya sean fiestas en casa o ´trajas´ en Xochimilco, juegan Haki, etc.

Control Escolar→ Juegan Haki, suelen usar ropa de marca y comúnmente se les ve fumando.

Frente a la edificio U → Los estudiantes se van a dormir, van a platicar, fumar, etc.

Entre el Z y el Y → La gran mayoría se encuentran chicos con sudaderas de Anime (entre los estudiantes comúnmente los denominan Otakus).

Atrás del N→ Suelen ir a relajarse ya sea dormir o realizando diferentes tipos de actividades como: fumar, jugar o simplemente charlar.

Entre el siladin y el IM→ En esta área van a practicar obras, conferencia o cierto tipo de evento en especial.

En el edificio L y M → Juegan Haki, tocan guitarra, etc.

	<p>Los siguientes grupos, son los más relevantes en el Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel sur. A continuación mencionaremos cuáles son y las características que los distinguen:</p> <p>Enlace: Los alumnos enlace no tienen una forma de vestir en específico, tampoco una vida socioeconómico tan marcado. Conviven en el cubo del Edificio O, al cual sólo ellos tienen acceso. Se sienten defensores de la escuela y del alumnado en general, pero no les gusta que se les diga en lo que están mal. Participan en la semana de bienvenida, en la ceremonia de egreso y son básicamente los alumnos más representativos de la escuela junto con los promotores académicos.</p> <p>Promotores: Al igual que los enlaces, no tienen una forma de vestir que los caracteriza, ya que, pueden pasar desapercibidos como cualquier alumno del plantel. Su fuerte es que cuando hay eventos o cuando es la semana de bienvenida son quienes organizan y reciben a los de nuevo ingreso, son la “imagen” del plantel por lo que generalmente los que son promotores llevan buen promedio, mínimo de 9, brindan información y ayudan a los alumnos en cuanto a dudas del plantel o trámites en algunos casos.</p> <p>Expla: En este grupo podemos distinguir que son jóvenes con estilo de vida superficial, suelen escuchar música de moda como el reggaetón, trap, básicos del rock, etc. Su vestimenta no es muy llamativa, presumen de tener un estatus económico estable o alto, ya que la mayoría de ropa que usan, lo compran en tiendas ropa de marca como Bershka, Pull&Bear, Zara, Shasa. Usan lo que ellos consideran está de moda queriendo aparentar despreocupación, comúnmente no se les ve entrar a clases. Los chicos juegan con la Haki en grupos de hasta 8 participantes, mientras que las chicas platican entre ellas, o bien, pueden participar en el juego. Cabe destacar que este mismo grupo de explanada se ve dividido en pequeños subgrupos, ya que, se les ve separados en diferentes puntos del lugar, ya sea en las jardineras de los 3 principales árboles de explanada.</p>
--	--



Anarquistas (Cubo negro): Algo muy característico de dicha tribu urbana es que, en cuanto a apariencia y vestimenta suelen ser influenciados por el estilo punk o dark, cabe resaltar que el tipo de música de la que comúnmente se les escucha hablar es rock, metal core. Se autodenominan “ANARKO PUNK”, y se encuentran en el cubo negro del edificio E. En el lugar venden dulces y drogas (Giovanni, 2017) Los anarquistas se oponen al estado, el capitalismo, la supremacía blanca, el patriarcado, el imperialismo y otras formas de opresión, no porque crean en el desorden, sino más bien porque creen en una libertad igualitaria para todos y se oponen a todas las formas de explotación, dominación y jerarquía.



(Camacho, 2017)

Jardín del Arte: Son un grupo de estudiantes que se reúnen en “Jardín del Arte”, principalmente en las esquinas del mismo, son jóvenes que visten en algunos casos con ropa holgada, en ocasiones sus prendas están percutidas o incluso rotas. Tienen preferencia del género musical rap o el reggae, comúnmente se les ve fumando marihuana a discreción, y para distraerse suelen ser muy creativos en sus actividades. Algunos tocan algún tipo de instrumento. Su estatus económico es de clase media (esto varía). Suelen ser muy tranquilos, y no se meten en problemas.



(Rojas, 2013)

AJA (Asociación Juvenil Anticapitalista): Localizados en el cubo rojo o Salón Resistencia del edificio G, son jóvenes que dicen estar en contra del capitalismo, pero que al mismo tiempo tienen presente que se encuentran participando dentro del estado capitalista. Gran parte de ellos tienen un buen nivel socioeconómico, algunos usando prendas de marcas reconocidas. Organizan asambleas y son muy activistas en cuanto a temas político sociales. También, de vez en cuando, invitan a proyecciones de películas de temas políticos y sociales en el Salón Resistencia.

En las últimas asambleas han demostrado ser completamente intolerantes a la forma de pensar de los compañeros que no comparten su ideología, gritando e interrumpiendo a la persona que expresa su punto de vista, escudándose en el ya famoso “aquí hay libertad de expresión, y si yo quiero gritar, voy a gritar”. Eso habla de una gran contradicción en la que no permiten la libre expresión de la cual tanto presumen.



(Imagen sin autoría)

Entre las tribus urbanas menos destacadas en el CCH, que sin embargo se encuentran dispersas entre el colegio son:

Cholos: Generalmente están contruidas entre sus integrantes por lazos afectivos de la infancia en los barrios en que solían vivir, constituyen ámbitos de interpelación juvenil. Se caracterizan por llevar pantalones bombachos marca Dickies, camisetas holgadas, a veces tirantes, en ocasiones paliacates, lentes casuales negros o para sol, malla para sujetarse el cabello, tatuajes de la virgen de Guadalupe o el símbolo de su clic. Dentro del Plantel son pocas las personas a las que se les podría considerar cholos (realmente son muy desapercibidos, y no nos referimos a los del internet).



(Smiley, 2014)

Skatos: De hincapié escuchan generalmente Ska, y utilizan skateboardings, se les reconoce por llevar ropa holgada, gorras de béisbol, tenis grandes, anchos y de suela grande. Dentro del plantel, frecuentan los viernes a reunirse en la cancha de frontón dentro del área deportiva del plantel, mejor conocida entre los estudiantes como “canchas”, para escuchar música, conversar y practicar con sus skates entre las canchas de voleibol y basquetbol; de lunes a jueves los podemos encontrar a un costado de café siux (se encuentra dentro del área de cafeterías).



(sociales, 2016)

Gamers: Son amantes de los videojuegos, por lo general llevan vestimenta relacionadas a los videojuegos, platican mucho sobre el tema, muestran mucho afecto y gasto de su tiempo en ello, y buscan ciertos jugadores participar especies de torneos entre comunidades de videojuegos. Dentro del plantel, a los gamers no los puedes identificar fácilmente ya que la gran mayoría de la comunidad tiene videojuegos, pero no a todos les apasiona estar hablando de ellos.



Los jóvenes buscan identificarse dentro de la sociedad, pero ¿seguirán algún estilo de vida? o ¿imitan ciertas características de los demás? La mayoría de ellos siguen modas para sentirse parte de un grupo o tal vez están en búsqueda de una personalidad, o se sienten identificados dentro del círculo social que crean; eso da a entender que hay personas que logran coincidir con ellos y adoptan características que hace que se agrupen de acuerdo a su tipo de vestimenta, gustos musicales, vocabulario, etc.

Las tribus urbanas son un fenómeno social que crece cada vez más al grado de que, sin darnos cuenta, todos pertenecemos a una. Debemos aprender a convivir con las personas que nos rodean aunque no compartamos su ideología.

<p>Actividad de aprendizaje</p>	<p>TEST URBANO</p>
<p>Profesor, le compartimos la actividad de aprendizaje relacionadas con las tribus urbanas</p>	
<p>Marca los incisos con los que te sientas identificado. (Ten en cuenta que al marcarlos se le considera como una congruencia).</p>	
<ul style="list-style-type: none"> a) Me gusta usar ropa de marca. b) Escucho música de moda. c) Me reúno en las explanadas del jardín en el colegio. d) No tengo una forma de vestir en específico. e) Me siento defensor del colegio y del alumnado. f) Participo en la semana de bienvenida o en la ceremonia de egreso. g) Soy un alumno representativo del colegio. h) Llevo un promedio igual o mayor a 9.0. i) Brindo información sobre dudas o trámites sobre el plantel. j) Me gusta el estilo dark o punk. k) Me gusta el rock o metal. l) Me opongo al capitalismo pero sé que vivo en ese sistema. m) Peleo por la libertad igualitaria. n) Visto ropa holgada. o) Me gusta el rap o reggae. p) Toco algún instrumentos y estoy en los jardines. q) Soy tranquilo y no me meto en problemas. r) Tengo un buen nivel económico. s) Organizo o participo en las asambleas. t) Participo en proyecciones de temas políticos y sociales. u) Tengo lazos afectivos de la infancia de barrios donde solía vivir. v) Uso pantalones bombachos. w) Uso camisetas holgadas o de tirantes. 	





- x) Uso paliacates.
- y) Escucho ska.
- z) Me gusta usar tenis grandes o gorras de beisbol.
- a´) Me gusta andar en patinetas o patines.
- b´) Soy amante de los videojuegos
- c´) Sigo modas para sentirte parte de un grupo.
- d´) Me la paso hablando de juegos virtuales o cartas sobre videojuegos.
- e´) Participo en torneos de videojuegos.

Ahora, con tus **congruencias** señaladas en la parte superior, identifica a qué tribu o tribus te asemejas más. (debes coincidir en al menos 3 incisos para ser **semejante** a la tribu señalada).

TRIBUS	INCISOS				
EXPLA	a)	b)	c)		
ENLACE	d)	e)	f)	g)	
PROMOTORES	d)	f)	h)	i)	
ANARQUISTAS	j)	k)	l)	m)	
JARDÍN DEL ARTE	n)	o)	p)	q)	
AJA	a)	l)	r)	s)	t)
CHOLOS	u)	v)	w)	x)	
SKATOS	n)	y)	z)	a`)	
GAMERS	b`)	c`)	d`)	e`)	
SIN TRIBU	NO TE IDENTIFICAS EN NINGUNA				

Redacta a qué tribu te consideras semejante y por qué congruencias lo eres.

	<p>Actividad grupal.</p> <p>Le sugerimos al profesor realizar la siguiente actividad con los integrantes de la sección de su grupo. Esta actividad consiste en jugar con los conceptos de congruencia y semejanza, con la intención de apropiarse del significado.</p> <p>Profesor, le pedimos retome ambas definiciones en el pizarrón, para no caer en confusiones.</p> <p>Para lograr apropiarse del significado de ambos conceptos, es necesario que el profesor pida la participación de al menos 4 jóvenes voluntarios (pasar al frente). El profesor, solicitará a cada voluntario que identifique a un compañero dentro su salón de clases que sean congruente a él (pedirle que pase al frente). Posteriormente, el profesor les pedirá una vez más que identifique a otro compañero con el que sean semejante. Una vez lograda la participación, el profesor pedirá a los cuatro alumnos voluntarios que expliquen el porqué de su elección. Sugerimos al profesor apoyar a cada voluntario en la definición que se esté trabajando.</p> <p>Actividad individual</p> <p>Profesor, una vez que sus alumnos hayan comprendido y asimilado el concepto de congruencia y de semejanza, es el indicador de dar inicio al tema de congruencia y semejanza de manera formal con ejemplos y ejercicios de geometría.</p> <p>Sugerencias de evaluación o autoevaluación</p> <p>Se propone una evaluación continua en donde el alumno desarrollará las actividades de aprendizaje que fundamentan el concepto y aplicaciones de los temas, de tal manera que les permitan alcanzar los propósitos de cada unidad.</p>
--	--



Bibliografía

- Almazán, L. A. (2017). *Informe de trabajo 2016-2017*. México: Unidad de Planeación e impresión en los talleres de impresión de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Sur. Obtenido de <https://www.cch-sur.unam.mx/informe/informe2016.pdf>
- Camacho, Z. (2 de Junio de 2017). Anarquistas latinoamericanos, por que este junio sea un mes de agitación. *Contralínea*, 1. Obtenido de <https://www.contralinea.com.mx/archivo-revista/2017/06/02/anarquistas-latinoamericanos-por-que-este-junio-sea-un-mes-de-agitacion/>
- Desconocido. (s.f.). Congruencia y semejanza de triángulos. Obtenido de <https://www.webcolegios.com/madrecarmen/guias/366447.pdf>
- Giovanni, T. (22 de junio de 2017). ¿Quiénes son los anarquistas y qué es anarquismo? *Black Rose Anarchist Federation*, 1. Obtenido de <http://blackrosefed.org/quienes-son-los-anarquistas-y-que-es-anarquismo/>
- Rojas, A. (07 de Junio de 2013). *Paraíso cultural*. Obtenido de Paraíso cultural: <https://paraisocultural.wordpress.com/tag/malabaristas/>
- Ruiz, Á., & Barrantes, H. (2006). *Geometrías* (Primera edición ed.). Costa Rica: Tecnológica de Costa Rica. Recuperado el 23 de abril de 2019
- Smiley. (2014). *Fotos de cholos: La tribu urbana de México y Estados unidos conocida como los cholos*. Maras y pandillas latinas.
- sociales, M. (4 de abril de 2016). *Crónica de sociales. Registro periodístico de las resistencias y luchas en Jalisco*. Obtenido de <https://cronicadesociales.org/2016/04/04/galeria-los-skatos-toman-la-ciudad/>
- Thompson, J. (1992). *Geometría. Matemáticas al alcance de todos*. (Segunda ed.). Ciudad de México: Noriega editores. Recuperado el 10 de Enero de 2019
- Vittone, F., Gianatti, J., & Alegre, M. (2016). Geometría I. Unidad 3: Congruencia de triángulos, área de figuras planas y el Teorema de Pitágora. Rosario, Santa Fe, Argentina. Obtenido de https://www.fceia.unr.edu.ar/~vittone/geometria_1/Unidad32016.pdf

